MATEMATIKAI KÉPLETTÁR

Hatványok

$$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \ldots + ab^{n-2} + b^{n-1})$$

$$a^{2k+1} + b^{2k+1} = (a+b)(a^{2k} - a^{2k-1}b + a^{2k-2}b^2 - \ldots - ab^{2k-1} + b^{2k})$$

$$a^{2k} - b^{2k} = (a+b)(a^{2k-1} - a^{2k-2}b + a^{2k-3}b^2 - \ldots + ab^{2k-2} - b^{2k-1})$$

Binomiális együtthatók

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$$

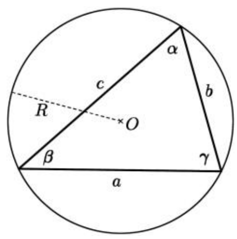
Közepek

Súlyozott számtani közép: $A = \dfrac{g_1 a_1 + g_2 a_2 + \ldots + g_n a_n}{g_1 + g_2 + \ldots + g_n}$

Harmonikus közép: $H = \dfrac{n}{\dfrac{1}{a_1} + \dfrac{1}{a_2} + \ldots + \dfrac{1}{a_n}}$

Négyzetes közép: $Q = \sqrt{\dfrac{a_1^2 + a_2^2 + \ldots + a_n^2}{n}}$

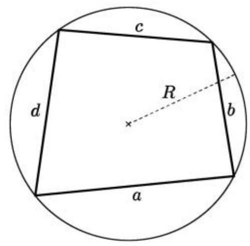
Háromszögek



$K = 2s$

$$T = \frac{abc}{4R} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \frac{a^2 \sin\beta \sin\gamma}{2\sin\alpha}$$

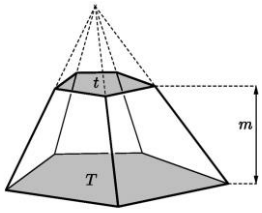
Négyszögek



Húrnégyszög: $T = \sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}$, ahol $K = 2s$

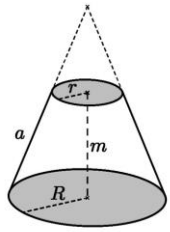
Felszín és térfogat

Csonkagúla: $V = \frac{m}{3}\left(T + \sqrt{Tt} + t\right)$



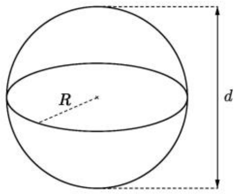
Csonkakúp: $A = \pi\left[R^2 + r^2 + (R + r)a\right]$

$V = \frac{\pi m}{3}\left(R^2 + Rr + r^2\right)$



Gömb: $A = 4R^2\pi = d^2\pi$

$V = \frac{4R^3\pi}{3} = \frac{d^3\pi}{6}$



Trigonometriai összefüggések

$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$

$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta}{1 \mp \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}$

$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

$\sin\alpha - \sin\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$

$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$

$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$

$\sin\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$

$\sin^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{2}$

$\cos\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}}$

$\cos^2\alpha = \frac{1+\cos 2\alpha}{2}$

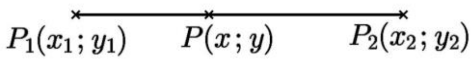
$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}} = \frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$

Koordináta-geometria

Szakaszt adott arányban osztó pont koordinátái:

$x = \frac{nx_1 + mx_2}{m+n}$, $y = \frac{ny_1 + my_2}{m+n}$,

ahol $P_1P : PP_2 = m : n$



Differenciálszámítás

$(c\cdot f)'=c\cdot f'$

$(f\pm g)'=f'\pm g'$

$(f\cdot g)'=f'\cdot g+f\cdot g'$

$\left(\frac{f}{g}\right)'=\frac{f'\cdot g-f\cdot g'}{g^2}$

$(f(g))'=f'(g)\cdot g'$

$(\sin x)'=\cos x$

$(\cos x)'=-\sin x$

$(\operatorname{tg} x)'=\frac{1}{\cos^2 x}$

$(\operatorname{ctg} x)'=-\frac{1}{\sin^2 x}$

Integrálszámítás

$\int (c\cdot f)=c\cdot\int f$

$\int (f\pm g)=\int f\pm\int g$

$\int \sin x\,dx=-\cos x+C$

$\int \cos x\,dx=\sin x+C$

$\int_a^b f=-\int_b^a f$

$\int_a^b f=\int_a^c f+\int_c^b f$

$\int_a^b (c\cdot f)=c\cdot\int_a^b f$

$\int_a^b (f\pm g)=\int_a^b f\pm\int_a^b g$

Statisztika

Szórásnégyzet: $D^2=\frac{\sum x_i^2}{n}-\left(\frac{\sum x_i}{n}\right)^2$

Valószínűségszámítás

$P(A)+P(\overline{A})=1$

$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(A\cdot B)$

$P(A|B)=\frac{P(A\cdot B)}{P(B)}$