

Helyi tanterv

Matematika

öt évfolyamos nyelvi előkészítő gimnázium
humán irányultság

HELYI TANTERVI ÓRASZÁMOK					
5 évfolyamos gimnázium biológia-kémia irányultság			9 - 12. évfolyam		
Évfolyam:	nyelvi előkészítő	9.	10.	11.	12.
				választás szerint	
Heti óraszám:	1	3	3	3	4
Évi óraszám:	34	102	102	102	124

BEVEZETÉS

Jelen helyi tanterv alapja:

- A Kormány 5/2020. (I. 31.) Korm. rendelete a Nemzeti alaptanterv kiadásáról, bevezetéséről és alkalmazásáról szóló 110/2012. (VI. 4.) Korm. rendelet módosításáról,
- A 2020-as NAT-hoz illeszkedő tartalmi szabályozók: Kerettanterv a gimnáziumok 9-12. évfolyama számára – MATEMATIKA

A matematika tantárgy tanításának helyi sajátosságai:

Az 5 évfolyamos gimnáziumi osztályokban a matematika tantárgy tanításának feladata a 9/Ny évfolyamon az általános iskolában megszerzett tudás rendszerezése, és az irányultság tanulmányait segítő számítások gyakorlása. 9-10. évfolyamon osztályonként a tanítás két csoportban zajlik, tantervében megegyezik a 4 évfolyamos gimnázium tantervével. Ezen két év alatt elsajátítják a Pedagógiai Programban megfogalmazott követelményeket. 10. évfolyamban dönthetnek, hogy tanulmányaikat az alapkövetelményeknek megfelelően, vagy emelt szintű érettségire felkészítő csoportban folytatják. A csoportok kialakítása évfolyamszinten az igényekhez illeszkedő számban történik az addig meglévő csoportbontások szükség szerinti átrendezésével. Érettségire a törvényben megfogalmazottak szerint jelentkezhetnek. A sikeres emeltszintű érettségéhez szükséges tananyagok elsajátítására az emelt szintű matematikacsoport tanterve ad lehetőséget.

A helyi tantervben is megtartottuk a javasolt óraszám fogalmát, lehetőséget adva, hogy a pedagógus a saját csoportjaihoz igazítsa, de csak kis mértékben az óraszámot. Így könnyebb az egyéni sajátosságok, projekt feldolgozásnál a csoportok számához igazodó időarány biztosítása. A megadott arányoktól lényegesen nem lehet eltérni. Lehetőség van azonban így a témakörök összekapcsolására, kisebb részegységek másik témakörnél történő feldolgozására.

A matematika tantárgy pedagógiai céljai, feladatai

A középfokú képzés során a matematika tanulása-tanítása tekintetében az egyik legfontosabb feladat a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának kialakítása, fejlesztése. A 9. évfolyamtól kezdve a spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások).

A matematika tantárgy fejlesztési területei és nevelési céljai

Az 1–4. és 5–8. évfolyamos képzés nevelési-oktatási szakaszait jellemző tanuláshoz és tanításhoz képest a 9–12. évfolyamokon fokozatosan hangsúlyosabbá válik a matematika deduktív jellege. Az új fogalmakat, algoritmusokat, ismereteket viszont továbbra is induktív módon, szemléltetéssel, felfedeztetéssel, tanulói tevékenységekre építve, a valósághoz kapcsolva kell bevezetni.

Jól megválasztott problémák tárgyalása során válik a tanulók számára is szükségessé az új fogalmak bevezetése és pontos definiálása. Tanári irányítással a tételek, általános összefüggések is felfedeztetethetők a tanulókkal. Ezen folyamat során fejlődik a tanulók szintetizáló és modellalkotó képessége. A felfedezett tételek és összefüggések egy része bizonyítás nélkül is gyarapítja a matematikai eszköztárat. Néhány tétel bizonyítása azonban elengedhetetlen része a matematika tanításának, hiszen a bizonyításokon keresztül mutatható meg a matematika logikus és következetes felépítése. Az új fogalmak megalkotása, az összefüggések, stratégiák felfedezése és az ismereteknek feladatok, problémák megoldása során történő tudatos alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a meglévő ismeretek mobilizálásának képességét, valamint a problémamegoldó gondolkodás eltérő típusainak adekvát használatát. Ennek a folyamatnak az eredményeképpen a tanuló meg tudja állapítani adott állítás, tétel érvényességi és alkalmazási körét, megállapításai, állításai mellett logikusan tud érvelni. A matematika tanulásának-tanításának egyik fő célja, hogy fejlődjön a tanuló mérlegelő gondolkodása, az adatok elemzését, szintézisét és értékelését lehetővé tevő készségek és képességek rendszere. A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az algoritmikus gondolkodást, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ismert számok köre az irracionális számokkal bővül, valamint új műveletek bevezetésére és már ismert műveletek alaphalmazának bővítésére kerül sor a permanenciaelv alapján. Ezen folyamat során a tanuló egyre inkább képes lesz rá, hogy változatos matematikai objektumokat jelölő szimbólumokkal végezzen műveleteket.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. Ehhez – több más fogalom mellett – szükséges a függvény fogalmának változatos (nemcsak számhalmazokon értelmezett) példák mentén történő kiterjesztése.

A tanuló a matematika szaknyelvét érti és tudatosan használja. Életkorának megfelelő matematikai, matematikatörténeti szöveget képes önállóan olvasni, értelmezni. Mind írásban, mind szóban képes gondolatait a matematika szaknyelvének szabatos alkalmazásával közölni. A tanuló különböző forrásokat (tankönyv, függvénytáblázat, saját jegyzet, digitális források) használhat az órákon és a számonkérések alkalmával, bizonyos tételek, azonosságok, képletek felidézésére.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Ebben az életkorban is érvényesülnie kell a tanuló érdeklődésének, adottságának, absztrakciós szintjének megfelelő differenciálásnak. Ez a differenciálás jelentheti a Nat-ban leírt tananyagtartalmaknak a lehetőségekhez igazított bővítését is.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

A tanulás kompetenciái: A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétele, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megértésével hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

A kommunikációs kompetenciák: A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszere.

A digitális kompetenciák: A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

A matematikai, gondolkodási kompetenciák: A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozhat olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása.

A tanuló mérlegelő gondolkodásának fejlesztése többek között a feladatok megoldása során kapott eredmények elemzésén és értékelésén keresztül történik. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

A személyes és társas kapcsolati kompetenciák: A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanulása során erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái: A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák: A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projektekben való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, problémamegoldás, kezdeményezőkéesség, másokkal való együttműködés készsége).

9/Ny nyelvi előkészítő évfolyam

A témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt óraszám
Matematikai logika*	3+folyamatos*
Műveletek, arányosság, százalékszámítás, betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás	7
Függvények	6
Geometria	7
Leíró statisztika	5
Gyakorlás, összefoglalás, értékelés	6
Összes óraszám:	34

*A matematikai logika fejezet tanítása minden témakörben megjelenik, folyamatos. Fontos, hogy a precíz fogalmazás és nyelvhasználat, az igaz, hamis kijelentések, az érvelés szerepe minden matematikai témakörben, és más tantárgyaknál is tudatos legyen. A matematikai logika segítségével törekszünk a helyes matematikai nyelvezet elsajátíttatására is.

TÉMAKÖR: Matematikai logika

JAVASOLT ÓRASZÁM: 3 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- látja a definíció pontos megfogalmazásának jelentőségét;
- ismeri a ha.... , akkor.... típusú állítások logikai felépítését;
- felismeri az ok-okozati összefüggésekben az okot és az okozatot.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- definíciókat tud megfogalmazni;
- állításokat tud megfogalmazni;

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- A mondatok pontos megértése.
- A felesleges és szükséges mondat tartalmak elkülönítés.
- Precíz, szabatos kifejezőkészség iránti igény fejlesztése.

FOGALMAK

definíció, állítás, igaz-hamis állítás

VÁLASZTHATÓ TEVÉKENYSÉGEK PÉLDÁUL

- Hétköznapi életből, más tantárgyakból vagy a matematikából vett fogalmak tisztázása, meghatározása.
- Konkrét állítások megfogalmazása.
- Az állítások igaz vagy hamis voltának eldöntése.
- Példák, ellenpéldák felsorolása.

TÉMAKÖR: Műveletek, arányosság, százalékszámítás, betűs kifejezések alkalmazása

egyenletmegoldás

JAVASOLT ÓRASZÁM: 7 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- tájékozott legyen a minket körülvevő világ mennyiségi viszonyaiban;
- ismerje az algebrai kifejezéseket, biztosan kezelje azokat;
- a műveletek sorrendjére vonatkozó szabályokat betartsa, a tanult azonosságokat alkalmazza;
- a problémához illő számítási módot válasszon, a tartalomnak megfelelő eredményre kerekítsen;
- a számológépét megfelelően használja;
- biztosan oldjon meg elsőfokú egyenleteket;
- ismerje el az ellenőrzés fontosságát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- tud számolni normálalakkal írásban és számológép segítségével egyaránt;
- a képlet hasznosságát felismeri, megfelelően tud adatokat behelyettesíteni;
- a mindennapokban előforduló fogalmak, mint például a megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, bruttó és nettó ár, ÁFA, IFA, jövedelemadó, járulékok, élelmiszerek százalékos összetételének matematikai leírását tudja értelmezni;
- tudja a növekedést és a csökkenést százalékosan kimutatni;
- ismeri és alkalmazza a nevezetes azonosságokat;
- számológépét megfelelően használja

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egytagú kifejezések hatványa.
- Műveleti azonosságok ismerete és alkalmazása egyenletek megoldása során.
- Az $(a \pm b)^2$ és az $(a + b) \cdot (a - b)$ kifejezésekre vonatkozó nevezetes azonosságok ismerete.
- Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával.
- Egyenletek ekvivalens átalakítása.

FOGALMAK

elsőfokú egyenlet, nevezetes azonosságok, ekvivalens átalakítás, mérlegelv, egyenletrendszer, másodfokú egyenlet, másodfokú egyenlet megoldóképlete, diszkrimináns

VÁLASZTHATÓ TEVÉKENYSÉGEK PÉLDÁUL

- „Gondolj egy számra, és én kitalálom” játék, matematikai trükkök algebrai magyarázata.
- Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek geometriai modellezése.
- A nevezetes azonosságok geometriai megjelenítése.

TÉMAKÖR: Függvények

JAVASOLT ÓRASZÁM: 6 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- megjelenítsen összekapcsolódó adatokat matematikai formában (függvény-modell);
- megvizsgálja a kapcsolatot a függvénygrafikon alapján;
- alakítsa ki a vizsgálat szempontjait;
- legyen tájékozott a koordináta rendszerben;
- használja a koordinátarendszert helymeghatározásra és függvényábrázolásra is;

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- tud pontokat ábrázolni;

- tudja az összetartozó mennyiségek kapcsolatát szemléltetni;
- lineáris függvény grafikonjának meredekségét meg tudja határozni;

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Hétköznapi hozzárendések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása.
- Függvény megadása, alapvető függvénytani fogalmak ismerete.
- Függvényértékek meghatározása és táblázatba rendezése.
- Függvények ábrázolása táblázat alapján.
- Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására.
- A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékkészletének leolvasása.
- Lineáris függvények ábrázolása.
- Elemi függvényekkel egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása: $f(x) + c$, $f(x + c)$, $c \cdot f(x)$.
- Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása grafikon alapján.

FOGALMAK

koordináta-rendszer, függvény, függvénygrafikon, arányosság, lineáris függvény, meredekség

VÁLASZTHATÓ TEVÉKENYSÉGEK PÉLDÁUL

- Összetett, valódi helyzetekkel, például demográfiai kérdésekkel, pénzügyi feladatokkal kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában.
- Hétköznapi helyzetekben, időben változó folyamatokkal kapcsolatos mérések végzése és a mért adatok ábrázolása koordináta-rendszerben.
- A tanulók mindennapi életéhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (például út-idő grafikon).
- Kahoot feladatsorok a függvényekkel kapcsolatos fogalmak használatával.
- GeoGebra dinamikus szoftver megismerése.
- Szöveges feladatok megoldása grafikus úton.

TÉMAKÖR: Geometria

JAVASOLT ÓRASZÁM: 7 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- tud tájékozódni síkban és térben;
- számításokat végez síkban és térben;
- felismeri a szimmetria szerepét;
- jobban tud tájékozódni térképen, valamint térben;
- geometriai modellt tud alkotni, melyben kiszámol ismeretlen adatokat;
- felismeri a vektorok szerepét, látja lehetséges alkalmazási területeit.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- geometriai tartalmú szövegeket és a meglévő geometriai ismereteit össze tudja kapcsolni;
- szöveges megfogalmazásokat át tud ültetni matematikai modellre;
- érti, hogy a derékszögű háromszög néhány ismert adata mellett hogyan lehet meghatározni az ismeretlen oldalak vagy szögek nagyságát;
- ismeri a vektorral elvégezhető műveletek egy részét.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Pitagorasz-tétel és megfordításának megfogalmazása, alkalmazása.
- A vektorok összeadása, kivonása, skalárral való szorzása.
- Vektorok alkalmazása a fizika tárgykörébe eső problémák megoldására.

FOGALMAK

vektor, vektor műveletek, derékszögű háromszög oldalainak kiszámítása

VÁLASZTHATÓ TEVÉKENYSÉGEK PÉLDÁUL

- A környezetünkben található tárgyak bizonyos méreteinek kiszámítása.
- Adott hosszúságú, feszes kötél hosszának megváltoztatásával, de a rögzítés helyének változatlanul hagyásával tegyük ismét feszessé a kötelet. Kérdés, hogy mi fér el alatta?
- A tanterem testátlójának meghatározása.
- Csomagolási problémák megoldása; belefér-e?
- Kifeszítő, rögzítő kötelek hosszának mérése, számolása.

TÉMAKÖR: Leíró statisztika

JAVASOLT ÓRASZÁM: 5 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- jártas legyen nagyszámú meglévő adat értékelésében;
- tudjon táblázatba rendezni adatokat, illetve táblázatot értelmezni;
- tudjon diagramot készíteni, illetve diagramból információt kiolvasni;
- tudjon adatokat rangsorba rendezni;
- tudjon adatokat osztályközökbe rendezni.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- jártas lesz az adatok rendezésében;
- tud adathalmazokat szemléltetni;
- diagramból ki tudja olvasni a legfontosabb mutatókat;

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Statisztikai adatok gyűjtésének megtervezése.
- Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból.
- Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel.
- Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása.
- Gyakorisági táblázat készítése.

FOGALMAK

oszlopdiagram, hisztogram, kördiagram, átlag

VÁLASZTHATÓ TEVÉKENYSÉGEK PÉLDÁUL

- Adatgyűjtés megtervezése, például forgalomszámlálás vagy iskolai felmérés előkészítése.
- KSH honlapján található statisztikai adatok feldolgozása.
- Különböző sportágak értékelési rendszerének és statisztikáinak bemutatása tanulói kiselőadás keretében.
- Osztályok/tantárgyak eredményeinek összehasonlítása. Csoportmunka keretében adott céllal készülő, megtevesztő oszlop- és kördiagramok készítése, ezek szóbeli értékelése, javítása.

9–10. évfolyam

A 9–10. évfolyamon a korábbi képzési szakaszok során megszerzett ismeretekre és kialakított készségekre, képességekre alapozva – a spirális tananyagfelépítést szem előtt tartva – az egyes témakörök új ismeretei matematikai szempontból egyre pontosabb és elvontabb formában jelennek meg a tanulási-tanítási folyamat során. Egyre határozottabb a fogalmak pontos definiálásának, az állítások, tételek indoklásának, bizonyításának, valamint az általánosításnak az igénye. Erre a szakaszra fokozottan jellemző a korábbi és az új ismeretek egységes rendszerbe foglalása, az egyes témakörökön belüli rendszerezés.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló – a lehetőségekhez mérten – a tanár által irányított módon, feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok fejlesztik a matematikai kommunikációt. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést és a felfedeztetést.

A 9–10. évfolyamon megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Ebben a szakaszban jelennek meg először a valós számok; elsőfokú egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek; másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek; a függvény fogalma, függvénytulajdonságok; a kör és részei. Vannak olyan témakörök, amelyek megjelennek más területek tanítása során is, ezért a tananyag egyes részeihez javasolt óraszámok nem feltétlenül jelentenek időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése lehetővé teszi a hétköznapi vagy matematikai nyelven megfogalmazott problémák és a megoldás során alkalmazott matematikai modellek körének bővülését.

A 9. évfolyamon a témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	Javasolt óraszám
Halmazok	7
Matematikai logika*	2+folyamatos*
Számhalmazok, műveletek	5
Hatvány	6
Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során	7
Arányosság, százalékszámítás	5
Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	15
A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	10
Geometria alapismeretek	7
Háromszögek	8
Négyszögek, sokszögek	7
A kör és részei	4
Szerkesztések	5
Leíró statisztika	4
Összefoglalás, gyakorlás, értékelés	10
Összes óraszám:	102

*A matematikai logika fejezet tanítása minden témakörben megjelenik, folyamatos. Fontos, hogy a precíz fogalmazás és nyelvhasználat, az igaz, hamis kijelentések, az érvelés szerepe minden matematikai témakörben, és más tantárgyaknál is tudatos legyen. A matematikai logika segítségével törekszünk a helyes matematikai nyelvezet elsajátíttatására is.

TÉMAKÖR: Halmazok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 7 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- látja a halmazműveletek, az eseményalgebra és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- véges halmazok elemszámát meghatározza;
- alkalmazza a logikai szita elvét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott halmazt diszjunkt részhalmazaira bont, osztályoz;
- halmazokat különböző módokon megad;
- halmazokkal műveleteket végez, azokat ábrázolja és értelmezi.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Halmaz közös elem nélküli részhalmazokra bontása, példák ennek alkalmazására a matematikán, belül, más tantárgyaknál és a mindennapi életben.
- Halmaz megadása utasítással, elemek felsorolásával.
- Halmazok közötti viszonyok ábrázolása, értelmezése.
- Halmazok metszetének, uniójának, különbségének, komplementerének képzése, ábrázolása és értelmezése.
- Két-három halmaz elemszámával kapcsolatos feladatok megoldása logikai szita segítségével.
- Szemléletes kép végtelen halmazokról.

FOGALMAK

alaphalmaz, részhalmaz, üres halmaz, halmazok egyenlősége, Venn-diagram; halmazműveletek: unió, metszet, különbség, komplementer halmaz; diszjunkt halmazok, halmaz elemszáma, logikai szita

VÁLASZTHATÓ TEVÉKENYSÉGEK PÉLDÁUL

- Hétköznapi életből, más tantárgyakból vagy a matematikából vett, konkrétan vagy digitálisan megjelenített alaphalmazból megadott tulajdonságokkal rendelkező elemek válogatása
- Konkrét részhalmaz esetén a részhalmaz képzési szempontjainak megállapítása
- A történelem, a művészetek, a tudományok, a sport neves személyiségeinek kitalálása különböző tulajdonságok alapján
- Barkochba játék
- A „végtelen szálloda” mint modell
- Megszámlálhatóan végtelen számosságú halmazok elemei között egyértelmű hozzárendelés felfedeztetése, például a pozitív természetes számok halmazának számossága megegyezik a pozitív páros számok halmazának számosságával

TÉMAKÖR: Matematikai logika*

JAVASOLT ÓRASZÁM: 2* óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- látja a halmazműveletek, az eseményalgebra és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
- tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott állításról eldönti, hogy igaz vagy hamis;
- alkalmazza a tagadás műveletét egyszerű feladatokban;
- megfogalmazza adott állítás megfordítását;

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A matematikai bizonyítás fogalma
- Állítás logikai értékének megállapítása (igaz vagy hamis)
- Adott állítás tagadásának és megfordításának megfogalmazása

FOGALMAK

állítás (kijelentés), tétel, bizonyítás, igaz-hamis (logikai érték);

VÁLASZTHATÓ TEVÉKENYSÉGEK PÉLDÁUL

- „Bíróági tárgyalás”, ahol az osztály tanulói a védők és a vádlók egy állítás indoklására, cáfolására
- „Mit állít a szigetlakó?”, „Ki volt a tettes, ha...?” típusú feladatok eljátszása, megoldása csoportmunkában
- Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő”
- Stratégiai játékok, például egyszerű NIM játékok, táblás játékok

TÉMAKÖR: Számhalmazok, műveletek

JAVASOLT ÓRASZÁM: 5 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
- ismer példákat irracionális számokra.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- a kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás műveleti azonosságokat helyesen alkalmazza különböző számolási helyzetekben;
- racionális számokat tizedes tört és közös nevezőes tört alakban is felír;
- ismeri a valós számok és a számegyenes kapcsolatát;
- ismeri és alkalmazza az abszolút érték, az ellentett és a reciprok fogalmát;
- a számolással kapott eredményeket nagyságrendileg megbecsüli, és így ellenőrzi az eredményt;
- valós számok közelítő alakjaival számol, és megfelelően kerekít.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Műveleti azonosságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás), zárójelek helyes használata
- Tizedes törtek átírása közös nevezőes tört alakba és viszont
- Irracionális számok szemléltetése

- Racionális számok elhelyezkedése számegyenesen
- Nyílt és zárt intervallumok fogalmának ismerete és alkalmazása
- Számok abszolút értékének, ellentettjének és reciprokának meghatározása
- Számológéppel elvégzett számítások eredményének előzetes becslése és nagyságrendi ellenőrzése
- Valós számok adott jegyre kerekítése
- Valós számok gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekítése

FOGALMAK

racionális szám, irracionális szám, valós szám, nyílt intervallum, zárt intervallum, abszolút érték, ellentett, reciprok

- Választható tevékenységek például
 - A számológép helyes használatának elsajátítása, például műveleti sorrend, zárójelek
 - Írásban elvégzett műveletek ellenőrzése számológéppel
 - Célszám megközelítése adott számjegyekkel, műveleti jelek és zárójelek használatával
 - Tanulói kiselőadás a helyi értékes számírás kialakulásáról, a számjegyek kialakulásának történetéről
 - A tanteremben vagy a tanterem környezetében végzett mérések esetén a megfelelő kerekítés alkalmazása
 - Adott mérés elvégzése esetén a mérési hiba következményeinek vizsgálata

TÉMAKÖR: Hatvány

JAVASOLT ÓRASZÁM: 6 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az egész kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
- ismeri és alkalmazza a normálalak fogalmát.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Valós számok hatványozása pozitív egész kitevőre
- Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre
- A hatványozás azonosságainak megfigyelése, felfedezése
- A hatványozás azonosságainak bizonyítása konkrét alapszám és tetszőleges pozitív egész kitevő esetén
- Számok normálalakja
- Számolás normálalak segítségével

FOGALMAK

hatvány, hatványalap, hatványkitevő, normálalak

VÁLASZTHATÓ TEVÉKENYSÉGEK PÉLDÁUL

- Projektmunka: hányszor lehet félbehajtani egy nagyméretű papírt? Keresés az interneten, kísérlet végzése

- Internetes forrásból származó, nagyon kicsi vagy nagyon nagy számokat tartalmazó cikkek valóságtartalmának megállapítása páros vagy csoportmunkában

TÉMAKÖR: Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során

JAVASOLT ÓRASZÁM: 7 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- műveleteket végez algebrai kifejezésekkel;
- ismer és alkalmaz egyszerű algebrai azonosságokat;
- átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás, egyszerűsítés nevezetes azonosságok alkalmazásával.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Műveletek egyszerű algebrai kifejezésekkel: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, egytagú kifejezések hatványa
- Műveleti azonosságok ismerete és alkalmazása egyenletek megoldása során
- Az $(a \pm b)^2$ és az $(a + b) \cdot (a - b)$ kifejezésekre vonatkozó nevezetes azonosságok ismerete és alkalmazása (például oszthatósági feladatokban, egyenletek megoldásában, függvények ábrázolásában)
- Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel
- Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, egyszerűsítés nevezetes azonosságok alkalmazásával

FOGALMAK

összeg, tag, szorzat, tényező, egynemű kifejezés, együttható, teljes négyzet, polinom, algebrai tört

VÁLASZTHATÓ TEVÉKENYSÉGEK PÉLDÁUL

- „Gondolj egy számra, és én kitalálom” játék, matematikai bűvésztükkök algebrai magyarázata
- Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek geometriai modellezése
- A nevezetes azonosságok geometriai megjelenítése
- Számolási „trükkök” a nevezetes azonosságok segítségével, például kétjegyű számok négyzetének, $99 \cdot 101$ típusú szorzat eredményének kiszámolása fejben

TÉMAKÖR: Arányosság, százalékszámítás

JAVASOLT ÓRASZÁM: 5 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az egyenes és a fordított arányosságot.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Az egyenes és a fordított arányosság fogalmának ismerete és alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során

- Az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának felismerése és elkészítése
- Példák egy irányban vagy ellentétes irányban változó mennyiségpárookra a mindennapi életből
- Százalékszámítással kapcsolatos hétköznapi helyzetekhez (például háztartási bevételekhez, kiadásokhoz, pénzügyi fogalmakhoz, gazdasági folyamatokhoz) és más tantárgyakhoz köthető feladatok megoldása

FOGALMAK

egyenes arányosság, fordított arányosság, százalékalap, százaléérték, százalékláb, százalékpont

VÁLASZTHATÓ TEVÉKENYSÉGEK PÉLDÁUL

- Összetett, valódi élethelyzetekkel kapcsolatos feladatok megoldása csoportmunkában, szükség esetén grafikon segítségével
- Háztartási számlák elemzése az azokon megjelenő egységarak és fizetendő összegek figyelembevételével

TÉMAKÖR: Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek

JAVASOLT ÓRASZÁM: 15 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg választát;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a következő egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, szorzattá alakítás;
- megold elsőfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket, elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszereket.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalmának ismerete

- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet és egyenlőtlenség megoldása mérlegelvével
- Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása behelyettesítéssel, közös együtthatók módszerével,
- Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keveréses feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok)

FOGALMAK

alaphalmaz, megoldáshalmaz, mérlegelv, ellenőrzés

VÁLASZTHATÓ TEVÉKENYSÉGEK PÉLDÁUL

- Szöveges feladatok megoldása több különböző úton, a különböző megoldások összehasonlítása előnyök és hátrányok szempontjából
- Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata
- Nyílt végű problémák megoldása
- Adott egyenlethez szöveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában

TÉMAKÖR: A függvény fogalma, függvénytulajdonságok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 10 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
- adott értékkészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket;
- adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol, és azokat táblázatba rendezi;
- táblázattal megadott függvény összetartozó értékeit ábrázolja koordináta-rendszerben;
- a grafikonról megállapítja függvények alapvető tulajdonságait.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Hétköznapi hozzárendelések megfigyelése, tulajdonságainak megfogalmazása: egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű
- Függvény megadása, alapvető függvénytani fogalmak ismerete
- Függvényértékek meghatározása és táblázatba rendezése
- Függvények ábrázolása táblázat alapján
- Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására
- A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékkészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és csökkenés leolvasása
- Lineáris függvény, másodfokú függvény, fordított arányosságot leíró függvény (elemi függvények) grafikonja, tulajdonságai
- Elemi függvényekkel egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása: $f(x) + c$, $f(x + c)$, $c \cdot f(x)$, $|f(x)|$

- Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása grafikon alapján
- Egyszerű függvények esetén az $f(x) = c$ alapján x meghatározása és ennek alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során

FOGALMAK

egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, csökkenés

VÁLASZTHATÓ TEVÉKENYSÉGEK PÉLDÁUL

- Összetett, valódi helyzetekkel, például demográfiai kérdésekkel, pénzügyi feladatokkal kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában
- Hétköznapi helyzetekben időben változó folyamatokkal kapcsolatos mérések végzése és a mért adatok ábrázolása koordináta-rendszerben (például hőmérséklet)
- A tanulók mindennapi életéhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (például út-idő grafikon az iskolába való eljutásról)
- Egyszerű, másodfokú függvénnyel jellemezhető, gyakorlati helyzethez köthető szélsőérték-feladatok megoldása csoportmunkában, például adott hosszúságú spárgával bekeríthető maximális területű téglalap adatainak mérése, megfigyelése
- Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével
- Barkochba játék a függvényekkel kapcsolatos fogalmak használatával

TÉMAKÖR: Geometriai alapismeretek

JAVASOLT ÓRASZÁM: 7 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és használja a pont, egyenes, sík (térelemek) és szög fogalmát;
- ismeri és alkalmazza a nevezetes szögpárok tulajdonságait;
- ismeri az alapszerkesztéseket, és ezeket végre tudja hajtani hagyományos vagy digitális eszközzel.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Két pont, pont és egyenes, két egyenes távolságának alkalmazása a síkban
- Egyenesek kölcsönös helyzetének ismerete és alkalmazása
- Nevezetes szögpárok tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsszögek, egyállású szögek, váltószögek
- A szakaszfelező merőleges és a szögfelező, mint nevezetes pontthalmazok tulajdonságainak ismerete
- Dinamikus geometriai szoftver alkalmazásának előkészítése, használata
- Alapszerkesztések végrehajtása hagyományos vagy digitális eszközzel euklideszi módon: szakaszfelező merőleges, szögfelező, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése, szög másolása

FOGALMAK

pont, egyenes, sík, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcsszögek, egyállású szögek, váltószögek, szakaszfelező merőleges, szögfelező

VÁLASZTHATÓ TEVÉKENYSÉGEK PÉLDÁUL

- Az osztályteremben vagy a terem környezetében „egyenesek” kölcsönös helyzetének megadása, ezek távolságának megmérése
- Számszerű adatként csak a méretarányt tartalmazó térkép alapján valódi távolságok meghatározása, becslése
- Számszerű adatként csak méretarányt tartalmazó térképen adott helységektől (közelítőleg) egyenlő távolságra levő helységek megkeresése

TÉMAKÖR: Háromszögek

JAVASOLT ÓRASZÁM: 8 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
- kiszámítja háromszögek területét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei közötti kapcsolatokat; a speciális háromszögek tulajdonságait;
- ismeri és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmakat és tételeket;
- ismeri és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A háromszögek csoportosítása oldalak és szögek szerint
- Az alapvető összefüggések ismerete és alkalmazása háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között
- Speciális háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: szabályos, egyenlő szárú, derékszögű háromszög
- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmak, tételek ismerete és alkalmazása: oldalfelelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt, illetve beírt kör
- Az oldalfelelező merőlegesek és a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tétel bizonyítása
- A Pitagorasz-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
- A Pitagorasz-tétel bizonyítása
- Háromszög területének kiszámítása

FOGALMAK

szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, magasságpont, súlypont, középvonal, körülírt kör, beírt kör

VÁLASZTHATÓ TEVÉKENYSÉGEK PÉLDÁUL

- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában
- Konkrét alakzatok átdarabolása más alakzattá páros vagy csoportmunkában
- A derékszögű háromszög oldalaira szerkesztett négyzetek átdarabolása a Pitagorasz-tételnek megfelelő módon, pitagorasz-tangramok vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával

TÉMAKÖR: Négyyszögek, sokszögek

JAVASOLT ÓRASZÁM: 7 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
- ismeri és alkalmazza speciális négyyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát; kiszámítja a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Speciális négyyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) tulajdonságainak ismerete, területének kiszámítása
- Konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételek ismerete, bizonyítása és alkalmazása

FOGALMAK

trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög

VÁLASZTHATÓ TEVÉKENYSÉGEK PÉLDÁUL

- Különböző típusú speciális négyyszögek területének meghatározására vonatkozó formula felfedeztetése átdarabolással
- A belső és a külső szögösszegre vonatkozó tételek felfedeztetése, illusztrálása átdarabolással, hajtogatással vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével
- Projektmunka: lakás/iskolarész alaprajzának elkészítése méretarányosan

TÉMAKÖR: A kör és részei

JAVASOLT ÓRASZÁM: 4 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;

- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral;
- ismeri a körcikk területe és középponti szöge közötti kapcsolatot.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak.
- Annak ismerete, hogy a körcikk területe egyenesen arányos a középponti szögével.

FOGALMAK

kör, érintő, érintőszakaszok, körcikk, középponti szög

VÁLASZTHATÓ TEVÉKENYSÉGEK PÉLDÁUL

- Annak felfedeztetése méréssel, hogy az érintőszakaszok egyenlő hosszúak
- Dinamikus geometriai szoftverrel a körcikk területe és szöge közti egyenesarány megtalálása, ellenőrzése.
- Dinamikus geometriai szoftverrel az érintőről tanult ismeretek felfedeztetése vagy ellenőrzése
- Pitagorasz-TÉTEL ALKALMAZÁSA SZÁMOLÁSOKBAN

TÉMAKÖR: Szerkesztések

JAVASOLT ÓRASZÁM: 5 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel
- geometriai szerkesztési feladatoknál vizsgálja és megállapítja a szerkeszthetőség feltételeit.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése
- Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió
- Dinamikus geometriai szoftver használata

FOGALMAK

Euklideszi szerkesztés; párhuzamos, merőleges, szögfelező; oldalfelező merőleges; magasságpont

TEVÉKENYSÉGEK PÉLDÁUL

- Körző és vonalzókat használatának elmélyítése
- Síkidomok szerkesztése
- Szerkesztési feladatok megoldása során dinamikus geometriai szoftver megismerése; az euklideszi szerkesztési lépések követése a szoftverrel

TÉMAKÖR: Leíró statisztika

JAVASOLT ÓRASZÁM: 4 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adatsokaságból adott szempont szerint oszlop- és kördiagramot készít hagyományos és digitális eszközzel.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése
- Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból
- A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések
- Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel
- Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása

FOGALMAK

oszlopdiagram, kördiagram, átlag, módusz, medián, gyakoriság, relatív gyakoriság

VÁLASZTHATÓ TEVÉKENYSÉGEK PÉLDÁUL

- Adatgyűjtés megtervezése, például forgalomszámlálás vagy iskolai felmérés előkészítése
- A megtervezett statisztikai adatgyűjtés lebonyolítása, az eredmények szemléltetése grafikonok segítségével, a kapott eredmények értékelő bemutatása tanulói kiselőadás formájában
- Különböző adatsokaságok esetében annak vizsgálata, hogy ezek jellemezhetőek-e az ismert középértékekkel
- Érvelés a tanuló saját érdemjegyei alapján különböző statisztikai jellemzők segítségével a kedvezőbb év végi jegyért

AZ OSZTÁLYOZÓ VIZSGA KÖVETELMÉNYEI:

1. félév: **Halmazok; Matematikai logika; Számhalmazok, műveletek; Hatvány; Betűs kifejezések alkalmazása egyenletmegoldás, függvényábrázolás során; Arányosság, százalékszámítás; Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek** című témakörök tananyaga

2. félév: **A függvény fogalma, függvénytulajdonságok; Geometriai alapismeretek; Háromszögek; Négyszögek, sokszögek; A kör és részei; Szerkesztések; Leíró statisztika** című témakörök tananyaga

A 10. évfolyamon a témakörök áttekintő táblázata:

Témakör neve	óraszám
Matematikai logika*	7+folyamatos*
Kombinatorika, gráfok	8
Számhalmazok, műveletek, hatvány, gyök	10
Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	4
Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek	14
A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	6
Háromszögek, arányossági tételek, négyszögek, sokszögek	10
A kör és részei	5
Transzformációk, szerkesztések	13
Leíró statisztika	5
Valószínűségszámítás	10
Összefoglalás, gyakorlás, értékelés	10
Összes óraszám:	102

*A matematikai logika fejezet tanítása minden témakörben megjelenik, folyamatos. Fontos, hogy a precíz fogalmazás és nyelvhasználat, az igaz, hamis kijelentések, az érvelés szerepe minden matematikai témakörben, és más tantárgyaknál is tudatos legyen. A matematikai logika segítségével törekszünk a helyes matematikai nyelvezet elsajátíttatására is.

TÉMAKÖR: Matematikai logika*

JAVASOLT ÓRASZÁM: 7* óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- látja a halmazműveletek, az eseményalgebra és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
- tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott állításról eldönti, hogy igaz vagy hamis;
- alkalmazza a tagadás műveletét egyszerű feladatokban;
- ismeri és alkalmazza az „és”, a (megengedő és kizáró) „vagy” logikai jelentését;
- megfogalmazza adott állítás megfordítását;
- helyesen használja a „minden” és „van olyan” kifejezéseket.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A matematikai bizonyítás fogalma
- Állítás logikai értékének megállapítása (igaz vagy hamis)
- Állítás tagadásának alkalmazása egyszerű feladatokban
- A „nem”, az „és”, a megengedő „vagy” és a kizáró „vagy” logikai jelentésének ismerete és alkalmazása matematikai és matematikán kívüli feladatokban
- A „minden” és a „van olyan” típusú állítások logikai értékének megállapítása és ennek indoklása egyszerű esetekben
- Adott állítás megfordításának megfogalmazása

- „Ha..., akkor...” és „akkor és csak akkor” típusú egyszerű állítások logikai értékének megállapítása
- Stratégiai és logikai játékok

FOGALMAK

tétel, bizonyítás, igaz-hamis; „nem”, „és”, „vagy”, „vagy..., vagy...”, „ha..., akkor...”, „akkor és csak akkor”

VÁLASZTHATÓ TEVÉKENYSÉGEK PÉLDÁUL

- „Bíróági tárgyalás”, ahol az osztály tanulói a védők és a vádlók egy állítás indoklására, cáfolására
- „Mit állít a szigetlakó?”, „Ki volt a tettes, ha...?” típusú feladatok eljátszása, megoldása csoportmunkában
- Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő”
- Stratégiai játékok, például egyszerű NIM játékok, táblás játékok
- Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok

TÉMAKÖR: Kombinatorika, gráfok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 8 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
- konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével;
- véges halmazok elemszámát meghatározza;
- alkalmazza a logikai szita elvét.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Hétköznapi helyzetekhez kapcsolódó sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezéssel
- Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása matematikai problémákban
- Esetszétválasztás és szorzási elv alkalmazása feladatok megoldásában
- Összeszámlálási modellek alkalmazása feladatok megoldásában
- Gráfok alkalmazása konkrét hétköznapi és matematikai szituációk szemléltetésére, feladatok megoldására

FOGALMAK

gráf, gráf csúcsa, gráf éle, csúcs fokszáma, foksámösszeg, egyszerűgráf, teljes gráf, sorbarendeázés, kiválasztás

Választható tevékenységek például

- Sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása rendszerezett leszámplálással és a szorzási és/vagy esetszétválasztási elv alkalmazásával
- Geometria eszközök használata kombinatorikai problémák megoldására
- Néhány feltételt tartalmazó tanulói órarend készítése kis elemszámmal

- Azonos modellen alapuló, de különböző megfogalmazású feladatok megoldása
- Szorzat vagy összeg alakban megadott eredményű kombinatorikafeladatokhoz saját szöveg írása
- Téves megoldású kombinatorikafeladatokban a hiba megtalálása és a tévedés kijavítása
- Sorba rendezési feladatok megoldásának szemléltetése gráffal
- Adott gráfhoz hozzáillő feladatszöveg alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában

TÉMAKÖR: Számhalmazok, műveletek, hatvány, gyök

JAVASOLT ÓRASZÁM: 10 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
- ismer példákat irracionális számokra.
- ismeri és alkalmazza az n -edik gyök fogalmát;
- ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- racionális számokat tizedes tört és közös nevezőre hozott tört alakban is felír;
- ismeri a valós számok és a számegyenes kapcsolatát;
- a számolással kapott eredményeket nagyságrendileg megbecsüli, és így ellenőrzi az eredményt;
- valós számok közelítő alakjaival számol, és megfelelően kerekít.
- ismeri és alkalmazza a négyzetgyök fogalmát és azonosságait;

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Műveleti azonosságok (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás), zárójelek helyes használata
- Tizedes törtek átírása közös nevezőre hozott tört alakba és viszont
- Irracionális számok szemléltetése
- Racionális számok elhelyezkedése számegyenesen
- Nyílt és zárt intervallumok fogalmának ismerete és alkalmazása
- Számológéppel elvégzett számítások eredményének előzetes becslése és nagyságrendi ellenőrzése
- Valós számok adott jegyre kerekítése
- Valós számok gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekítése
- A négyzetgyök definíciója
- Nemnegatív számok négyzetgyökének megadása számológép segítségével
- A négyzetgyökvonás azonosságai

FOGALMAK

racionális szám, irracionális szám, valós szám, nyílt intervallum, zárt intervallum, abszolút érték, ellentett, reciprok, négyzetgyök

VÁLASZTHATÓ TEVÉKENYSÉGEK PÉLDÁUL

- A számológép helyes használatának elsajátítása, például műveleti sorrend, zárójelek
- Írásban elvégzett műveletek ellenőrzése számológéppel
- Célszám megközelítése adott számjegyekkel, műveleti jelek és zárójelek használatával
- Tanulói kiselőadás a helyi értékes számírás kialakulásáról, a számjegyek kialakulásának történetéről
- A tanteremben vagy a tanterem környezetében végzett mérések esetén a megfelelő kerekítés alkalmazása
- Adott mérés elvégzése esetén a mérési hiba következményeinek vizsgálata
- Területszámítási feladatok

TÉMAKÖR: Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek

JAVASOLT ÓRASZÁM: 4 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg választ;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a következő egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás;
- megold elsőfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket, elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszereket grafikus módszerrel

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Alaphalmaz, megoldáshalmaz fogalmának ismerete
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet és egyenlőtlenség megoldása grafikusan
- Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása grafikusan

FOGALMAK

alaphalmaz, megoldáshalmaz, függvényábrázolás

VÁLASZTHATÓ TEVÉKENYSÉGEK PÉLDÁUL

- Szöveges feladatok megoldása több különböző úton, a különböző megoldások összehasonlítása előnyök és hátrányok szempontjából

- Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek grafikus megoldása során; a digitális eszközzel történő ábrázolás előnyeinek és hátrányainak megbeszélése

TÉMAKÖR: Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek

JAVASOLT ÓRASZÁM: 14 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg választát;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megold másodfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket; ismeri és alkalmazza a diszkriminánst, a megoldóképletet és a gyöktényezős alakot.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Másodfokú egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti problémába visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve
- Egyenletek megoldása ekvivalens átalakításokkal
- Másodfokú egyenlet megoldása szorzattá alakítással, teljes négyzetté kiegészítéssel, megoldóképlettel és grafikusan
- Egyszerű másodfokúra visszavezethető egyenletek megoldása
- Másodfokú egyenlőtlenség megoldása grafikusan
- Másodfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok megoldása
- $\sqrt{mx + c} = ax + b$ típusú irracionális egyenletek megoldása

FOGALMAK

másodfokú egyenlet megoldóképlete, diszkrimináns, gyöktényezős alak, ekvivalens átalakítás

VÁLASZTHATÓ TEVÉKENYSÉGEK PÉLDÁUL

- Másodfokú egyenlet megoldása konkrét együtthatókkal és paraméterekkel, a lépéseket párhuzamosan végezve
- Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása során

- Tanulói kiselőadás tartása magasabb fokú egyenletek megoldásának történetéről, érdekességeiről

TÉMAKÖR: A függvény fogalma, függvénytulajdonságok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 6 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
- adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol, és azokat táblázatba rendezi;
- táblázattal megadott függvény összetartozó értékeit ábrázolja koordináta-rendszerben;
- a grafikonról megállapítja függvények alapvető tulajdonságait.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Függvény megadása, alapvető függvénytani fogalmak ismerete
- Függvényértékek meghatározása és táblázatba rendezése
- Függvények ábrázolása táblázat alapján
- Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására
- A grafikon alapján a függvény értelmezési tartományának, értékészletének, minimumának, maximumának és zérushelyének megállapítása, a növekedés és csökkenés leolvasása
- másodfokú és négyzetgyökfüggvény grafikonja, tulajdonságai
- Elemi függvényekkel egyszerű függvénytranszformációs lépések végrehajtása: $f(x) + c$, $f(x + c)$, $c \cdot f(x)$, $|f(x)|$
- Egyszerű függvények esetén az $f(x) = c$ alapján x meghatározása és ennek alkalmazása gyakorlati problémák megoldása során
- Kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés ábrázolása

FOGALMAK

egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, csökkenés

VÁLASZTHATÓ TEVÉKENYSÉGEK PÉLDÁUL

- Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével
- Szöveges feladatok megoldása grafikus úton
- Algebrai úton nem vagy nehezen megoldható egyenletek közelítő megoldása grafikus úton digitális eszköz segítségével

TÉMAKÖR: Háromszögek, arányossági tételek, négyszögek, sokszögek

JAVASOLT ÓRASZÁM: 10 óra

TANULÁSI EREDMÉNYEK

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- sík- és téreometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
- kiszámítja háromszögek területét.
- hasonló háromszögek
- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei közötti kapcsolatokat; a speciális háromszögek tulajdonságait;
- ismeri és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó fogalmakat és tételeket;
- ismeri és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását.
- ismeri és alkalmazza a szabályos sokszög fogalmát; kiszámítja a konvex sokszög belső és külső szögeinek összegét.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

FOGALMAK

szabályos háromszög, egyenlő szárú háromszög, derékszögű háromszög, oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, súlyvonal, középvonal, körülírt kör, beírt kör, befogó, átfogó, magasság, hasonlóság, trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet, konvex sokszög, szabályos sokszög

Választható tevékenységek például

- A háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételek felfedeztetése szerkesztéssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával, páros vagy csoportmunkában
- Konkrét alakzatok átdarabolása más alakzattá páros vagy csoportmunkában
- A derékszögű háromszög oldalaira szerkesztett hasonló alakzatok dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával
- Különböző típusú speciális négyszögek területének meghatározására vonatkozó formula felfedeztetése átdarabolással
- A belső és a külső szögösszegre vonatkozó tételek felfedeztetése, illusztrálása átdarabolással, hajtogatással vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével
- Projektmunka: lakás/iskola alaprajzának elkészítése méretarányosan

TÉMAKÖR: A kör és részei

JAVASOLT ÓRASZÁM: 5 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;

- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ki tudja számolni a kör és részeinek kerületét, területét;
- ismeri a kör érintőjének fogalmát, kapcsolatát az érintési pontba húzott sugárral;
- ismeri és alkalmazza a Thalész-tételt és megfordítását.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körcikk területével
- Kör, körcikk, körgyűrű és körszelet területének és kerületének kiszámítása
- Annak ismerete és alkalmazása, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak
- A Thalész-tétel és megfordításának ismerete és alkalmazása
- A Thalész-tétel bizonyítása

FOGALMAK

középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok

VÁLASZTHATÓ TEVÉKENYSÉGEK PÉLDÁUL

- Annak felfedeztetése méréssel, hogy a középponti szög egyenesen arányos a hozzá tartozó körív hosszával; különböző méretű körök esetén a kapott adatok táblázatba foglalása
- A Thalész-tétel felfedeztetése szerkesztéssel, szögméréssel vagy dinamikus geometriai szoftver alkalmazásával

TÉMAKÖR: Transzformációk, szerkesztések

JAVASOLT ÓRASZÁM: 13 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
- ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
- alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;
- ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismer példákat geometriai transzformációkra;
- ismeri és alkalmazza a síkbeli egybevágósági transzformációkat és tulajdonságaikat; alakzatok egybevágóságát;
- ismeri és alkalmazza a középpontos hasonlósági transzformációt, a hasonlósági transzformációt és az alakzatok hasonlóságát;

- megszerkeszti egy alakzat tengelyes, illetve középpontos tükröképét, pont körüli elforgatottját, párhuzamos eltoltját hagyományosan és digitális eszközzel;
- geometriai szerkesztési feladatoknál vizsgálja és megállapítja a szerkeszthetőség feltételeit.

FEJLESZTÉSI FELADATOK ÉS ISMERETEK

- Példák ismerete geometriai hozzárendelésekre (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, merőleges affinitás, térkép, fényképezés)
- A tengelyes tükrözés, a középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás ismerete, tulajdonságai
- A vektor fogalmának kialakítása a párhuzamos eltolás segítségével
- Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása
- Egybevágósági transzformációk végrehajtása szerkesztéssel vagy digitális eszközzel
- Egybevágó alakzatok, szimmetriák megfigyelése a környezetben, művészeti alkotásokban
- Az egybevágósági transzformációk alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
- Háromszögek egybevágóságának alapesetei és ezek alkalmazása
- Négyszögek egybevágósága
- Egyszerű szerkesztési feladatok megoldása hagyományos vagy digitális eszközzel; diszkusszió
- Gyakorlati feladatok megoldása egybevágóságok segítségével (például a sík parkettázása különféle síkidomokkal; szabásminta készítése, használata)
- A középpontos hasonlósági transzformáció és a hasonlósági transzformáció ismerete, tulajdonságai
- A hasonlóság fogalmának ismerete és alkalmazása feladatok megoldásában, tételek bizonyításában
- Gyakorlati feladatok megoldása hasonlóság segítségével (például alaprajz-, térképkészítés, modellezés)

FOGALMAK

tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás, párhuzamos eltolás, egybevágóság, forgásszög, vektor, vektorok összege, középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya

VÁLASZTHATÓ TEVÉKENYSÉGEK PÉLDÁUL

- Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésekre, például fényképezés, filmvetítés
- A középpontos tükrözés, a pont körüli forgatás és a párhuzamos eltolás bemutatása mint két tengelyes tükrözés egymásutánja
- M. C. Escher és Victor Vasarely néhány interneten is elérhető alkotásának elemzése a szimmetriák szempontjából; hasonló módszerrel képek alkotása
- A sík parkettázása egybevágó háromszögekkel, négyszögekkel papírsablonok vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével
- A tengelyes vagy középpontos szimmetriára alapozó stratégiai játékok (például pénzfordítás, színezős) páros munkában

- Az iskola közelében lévő magas épület (például templomtorony) magasságának meghatározása egy egyenes bot segítségével a bot és az épület árnyékának méréséből („Thalész-módszer”) csoportmunkában
- Valódi távolságok, valódi útvonalak hosszának meghatározása papíralapú térkép alapján

TÉMAKÖR: Leíró statisztika

JAVASOLT ÓRASZÁM: 5 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
- felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adatsokaságból adott szempont szerint oszlop- és kördiagramot készít hagyományos és digitális eszközzel.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Statisztikai adatok gyűjtésének tervezése
- Statisztikai adatok gyűjtése hagyományos és internetes forrásból
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése középértékekkel hagyományos és digitális eszközzel
- A kapott adatok értelmezése, értékelése, egyszerű statisztikai következtetések
- Oszlop- és kördiagram értelmezése, valamint készítése hagyományos és digitális eszközzel
- Konkrét adatsokaság ábrázolásához, statisztikai kérdés megválaszolásához a megfelelő diagramtípus kiválasztása
- Kördiagramból oszlopdiagram készítése és viszont
- Grafikus manipulációk felismerése és javítása diagramok esetén

Fogalmak

oszlopdiagram, kördiagram, átlag, medián, módusz

VÁLASZTHATÓ TEVÉKENYSÉGEK PÉLDÁUL

- Adatgyűjtés megtervezése, például forgalomszámlálás vagy iskolai felmérés előkészítése
- A megtervezett statisztikai adatgyűjtés lebonyolítása, az eredmények szemléltetése grafikonok segítségével, a kapott eredmények értékelő bemutatása tanulói kiselőadás formájában
- Különböző adatsokaságok esetében annak vizsgálata, hogy ezek jellemezhetőek-e az ismert középértékekkel
- Érvelés a tanuló saját érdemjegyei alapján különböző statisztikai jellemzők segítségével a kedvezőbb év végi jegyért
- Különböző sportágak értékelési rendszerének és statisztikáinak bemutatása tanulói kiselőadás keretében
- Osztályok/tantárgyak eredményeinek összehasonlítása érdemjegyek és ezek középértékei alapján

- Csoportmunka keretében adott céllal készülő, megtévesztő oszlop- és kördiagramok készítése, ezek szóbeli értékelése, javítása

TÉMAKÖR: Valószínűesszámitás

JAVASOLT ÓRASZÁM: 10 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- tapasztalatai alapján véletlen jelenségek jövőbeni kimenetelére észszerűen tippel;
- véletlen kísérletek adatait rendszerezi, relatív gyakoriságokat számol, nagy elemszám esetén számítógépet alkalmaz.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Valószínűségi kísérletek elvégzése, gyakorisági, relatív gyakorisági táblázatok készítése
- A valószínűség fogalmának bevezetése statisztikai alapon
- A klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása
- Diszkrét valószínűségeloszlások ábrázolása hagyományos és digitális eszközzel

FOGALMAK

valószínűségi kísérlet, esemény, elemi esemény, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség, diszkrét valószínűség-eloszlás

VÁLASZTHATÓ TEVÉKENYSÉGEK PÉLDÁUL

- Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (például dobások szabályos dobókockákkal, pénzérmékkel); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; tippelés az egyes kimenetekre és becslés a bekövetkezésük valószínűségére
- Játékokban a szerencsefaktor vizsgálata, például „Ki nevet a végén” játék esetében az első hatos dobás eloszlása
- Különböző társasjátékokban stratégia meghatározása, döntéshozatal esélylatolgatás alapján
- Különböző szerencsejátékok (lottó, totó, póker, black jack, internetes sportfogadások) esetében a nyerési esély összehasonlítása

AZ OSZTÁLYOZÓ VIZSGA KÖVETELMÉNYEI:

1. félév: **Matematikai logika; Kombinatorika, gráfok; Számhalmazok, műveletek Hatvány, gyök; Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszer; Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek** című témakörök tananyaga
2. félév: **A függvény fogalma, függvénytulajdonságok; Négyzetek, sokszögek; A kör és részei; Transzformációk, szerkesztések; Leíró statisztika; Valószínűesszámitás** című témakörök tananyaga

11–12. évfolyam

A 11–12. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulónak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, a feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a matematikai kommunikációt. Az érettségi vizsgára készülés során egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája mind a feladatmegoldásokban, mind a tanultak ismételésében, rendszerezésében. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

A 11–12. évfolyamon is jellemző, hogy a megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalomnak. Bizonyos témakörök azonban ebben a szakaszban jelennek meg először. Ilyen a racionális kitevőjű hatvány, az exponenciális függvény, a logaritmus, a számtani és mértani sorozatok, a trigonometria, a koordináta geometria és a térgeometria. Vannak olyan témakörök, amelyek ismeretei megjelennek más terület tanítása során is, ezért az egyes részekhez javasolt óraszámok ebben a szakaszban sem jellemeznek feltétlenül időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése, a trigonometria és a koordináta geometria alapjainak megjelenése, valamint a statisztikai és valószínűségi szemlélet mélyülése további lehetőségeket nyújt változatos hétköznapi és matematikai problémák megoldására. A matematikai eszköztár bővülése ebben a szakaszban teszi leginkább lehetővé, hogy a tanulók más tantárgyakban, más tanulási területeken is alkalmazni tudják matematikai tudásukat.

A 11–12. évfolyamon a matematika tantárgy alapórászáma 186 óra, Ez az iskolánkban 226-ra növekszik. Rendszerező összefoglalásra, az érettségi vizsgára történő felkészítésre a 12. évfolyam végén 58 óra áll rendelkezésre. Az egyes témakörökhöz írt óraszámok javaslatok. Az új ismeretek a teljes óraszám négyötöd része alatt a legtöbb tanuló számára elsajátíthatók, így a fennmaradó órák felhasználhatók ismételésre, gyakorlásra, felzárkóztatásra, tehetséggondozásra és számonkérésre.

A 11. évfolyam

A 11. évfolyam témakörei

A témakör neve	Óraszám
Kombinatorika és gráfok	10
Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése	14
Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus	12
Exponenciális folyamatok vizsgálata	12
Trigonometria	14

Koordinátageometria	18
Valószínűségszámítás	12
Leíróstatisztika	16
összesen	108

TÉMAKÖR: Kombinatorika, gráfok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 10 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
- konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása
- A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása
- Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül
- A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában

FOGALMAK

faktoriális, binomiális együttható; csúcs fokszáma gráfban

Javasolt tevékenységek

- A Pascal-háromszög és tulajdonságai felfedeztetése például kéttagú összeg hatványaiban szereplő együtthatók segítségével
- Különböző szituációk kétféle módon történő összeszámlálása és ebből következő egyszerű kombinatorikus összefüggések felfedezése
- Visszatevéssel és visszatevés nélküli mintavétel konkrét lejátszása, a tapasztalatok összegyűjtése

TÉMAKÖR: Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése

JAVASOLT ÓRASZÁM: 14 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az oszthatóság alapvető fogalmait;
- összetett számokat felbont prímszámok szorzatára;
- meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban;
- ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat;
- érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben;
- ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
- ismer példákat irracionális számokra.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényezős felbontásból
- Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása
- Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)
- Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben
- Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata
- A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig
- Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete
- Példák irracionális számokra
- Számhalmazok műveleti zártsága

FOGALMAK

természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, relatív prímek

Javasolt tevékenységek

- Tanulói kiselőadás a 10-estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól
- Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás
- Halmazábra elkészítése a számhalmazokról

TÉMAKÖR: Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus

JAVASOLT ÓRASZÁM: 12 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza az n -edik gyök fogalmát;

- ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
- képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
- adott értékkészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Az n -edik gyök fogalmának ismerete és alkalmazása
- Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén
- Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén
- A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén
- Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai
- A logaritmus értelmezése
- Áttérés más alapú logaritmusra
- Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához

FOGALMAK

n -edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus

Javasolt tevékenységek

- A permanencia-elv gyakorlati „kipróbálása” a definíció megadása előtt
- Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projektmunkában
- Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában
- Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével
- 10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel

TÉMAKÖR: EXPONENCIÁLIS FOLYAMATOK VIZSGÁLATA

JAVASOLT ÓRASZÁM: 12 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;

- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi;
- megold egyszerű, a megfelelő definíció alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket, egyenlőtlenségeket.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban
- Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
- Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
- A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
- A kiválasztott modellben a probléma megoldása
- A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve

FOGALMAK

Nincsenek új fogalmak.

Javasolt tevékenységek

- Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban
- Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában
- Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése

TÉMAKÖR: Trigonometria

JAVASOLT ÓRASZÁM: 14 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben;
- ismeri tompaszögek szögfüggvényeinek származtatását a hegyesszögek szögfüggvényei alapján;
- ismeri a hegyes- és tompaszögek szögfüggvényeinek összefüggéseit;
- alkalmazza a szögfüggvényeket egyszerű geometriai számítási feladatokban;
- a szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a szöget;

- kiszámítja háromszögek területét;
- ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
- átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Hegyesszög szinusa, koszinusa, tangense
- Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben
- Tompaszög szinusa, koszinusa, tangense
- Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pithagoraszí összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei
- Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével
- Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében
- Szinusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása
- A szinusztétel bizonyítása
- Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével
- A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva
- Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása

FOGALMAK

szinusz, koszinusz, tangens, szinusztétel, koszinusztétel

Javasolt tevékenységek

- Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése
- Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján
- Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában

TÉMAKÖR: Koordinátageometria

JAVASOLT ÓRASZÁM: 18 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
- ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
- alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;
- megad pontot és vektort koordinátaival a derékszögű koordináta-rendszerben;
- koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő pontthalmazokat;
- koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal;

- ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét;
- egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére;
- kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében;
- megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása
- A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása
- Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában
- Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben
- Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben
- Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján
- Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái
- Szakaszflezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján
- Egyenes egyenlete $y = mx + b$ vagy $x = c$ alakban
- Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján
- Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái
- A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében

FOGALMAK

vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete

Javasolt tevékenységek

- „Torpedójáték” koordináta-rendszerben
- Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével
- Ház/lakás alaprajzának elkészítése koordináta-rendszerben, az eredeti adatok alapján
- Játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával
- Gondolattérkép készítése a koordináta geometria kapcsolatainak bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában
- „Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása grafikusán, digitális eszköz segítségével
- „Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben

TÉMAKÖR: Leíró statisztika

JAVASOLT ÓRASZÁM: 12 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
- ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására;
- felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A reprezentatív minta fogalmának szemléletes ismerete
- Hétköznapi, társadalmi problémákhoz kapcsolódó statisztikai adatok tervszerű gyűjtése
- Statisztikai adatok rendszerezése, jellemzése kvartilisekkel, középvértékekkel és szóródási mutatókkal
- Sodrófa (box-plot) diagram készítése, alkalmazása
- A kapott adatok értelmezése, értékelése, statisztikai következtetések
- Nagy adathalmazok kezelése táblázatkezelő programmal
- Grafikus és szöveges statisztikai manipulációk felismerése

FOGALMAK

reprezentatív minta, sodrófa (box-plot) diagram, minimum, maximum, kiugró adat, kvartilisek, terjedelem, szórás

Javasolt tevékenységek

- Példák reprezentatív és nem reprezentatív mintavételre
- Szavazások szimulálása és különböző szavazatértékelő rendszerek vizsgálata iskolai körülmények között
- A Simpson-paradoxon bemutatása példákon
- Az interneten található, megbízható forrásból (pl. KSH honlapja) származó statisztikák értelmezése, elemzése, lehetséges következtetések megfogalmazása
- Különböző forrásokból származó adathalmazok statisztikai elemzése, értékelése, ezekből valamilyen adott szempont alapján manipulatív és nem manipulatív diagram készítése

TÉMAKÖR: Valószínűség-számítás

JAVASOLT ÓRASZÁM: 16 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza;

- ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet;
- ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét;
- meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre
- Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására
- Példák ismerete független és nem független eseményekre
- A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása
- A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása
- Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén
- A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban
- Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)

FOGALMAK

események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események, geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték

Javasolt tevékenységek

- Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérmével dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetekre, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában
- Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában
- Orvosi tesztek eredményének esélyelemzése fagráf segítségével
- Egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyeremény és az igazságosság fogalmának kialakítása
- Konkrét bank konkrét befektetési portfóliójának értelmezése, elemzése
- Néhány konkrét biztosítási ajánlat értelmezése, elemzése

AZ OSZTÁLYOZÓ VIZSGA KÖVETELMÉNYEI:

1. félév:

- I. HATVÁNY, GYÖK, LOGARITMUS
- II. OSZTHATÓSÁG, A SZÁMELMÉLET ALAPJA
- III. VEKTOROK
- IV. TRIGONOMETRIA

2. félév:

- VI. KOORDINÁTAGEOMETRIA
- VIII. KOMBINATORIKA, GRÁFOK
- IX. VALÓSZÍNŰSÉG-SZÁMÍTÁS, STATISZTIKA

12. évfolyam

A 12. évfolyam témakörei:

A témakör neve	Óraszám
Halmazok, matematikai logika	9
Sorozatok	15
Térgeometria	28
Valószínűségszámítás	12
Rendszerező összefoglalás	58
összesen	124

TÉMAKÖR: Halmazok, matematikai logika

JAVASOLT ÓRASZÁM: 9 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
- tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatok bemutatása példákon keresztül
- Logikai kifejezések megfelelő használata
- Egyszerű állítások indoklása, tételek bizonyítása
- Stratégiai és logikai játékok

FOGALMAK

logikai műveletek

Javasolt tevékenységek

- A tanulók mindennapi tapasztalataihoz köthető, összetett állítások logikai értékének meghatározása igazságtáblázat segítségével

TÉMAKÖR: Sorozatok

JAVASOLT ÓRASZÁM: 15 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- számtani és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat;
- a számtani/mértani sorozat n -edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében;
- a számtani/mértani sorozatok első n tagjának összegét kiszámolja;

- ismeri és alkalmazza a százalékalap, -érték, -láb, -pont fogalmát;
- mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A számsorozat fogalmának ismerete
- Számsorozat megadása képlettel, rekurzióval
- Számítási és mértani sorozatok felírása, folytatása adott szabály szerint
- Számítási sorozat, az n -edik tag, az első n tag összege
- Mértani sorozat, az n -edik tag, az első n tag összege
- A számítási és a mértani sorozat első n tagjának összegére vonatkozó képlet bizonyítása
- Számítási és mértani sorozatokra vonatkozó ismeretek alkalmazása gazdasági, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában
- Megtakarítási és kamatozási formák, ezek összehasonlítása
- Egyszerű kamat, kamatos kamat, gyűjtőjárdék és törlesztőrészlet számítása
- Megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatok megoldása

FOGALMAK

számsorozat, tőke, kamatláb, kamat, futamidő, gyűjtőjárdék, törlesztőrészlet

Javasolt tevékenységek

- Tanulói kiselőadás tartása nevezetes sorozatokról, például Fibonacci-sorozat
- Az első 100 pozitív természetes szám összegének meghatározása a „kis” Gauss módszerével
- A sakktáblára elhelyezett, mezőről mezőre kétszeres számú búzaszemek kérdésének bemutatása
- Valódi pénzügyi termékek kamatozási és egyéb feltételeinek összehasonlítása csoportmunkában internetes adatgyűjtés segítségével

TÉMAKÖR: Térgeometria

JAVASOLT ÓRASZÁM: 28 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat. Származtatott mértékegységeket átvált;

- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg választ;
- ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait;
- lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját;
- kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát egyszerű esetekben;
- ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket;
- ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételeket.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Tételek kölcsönös helyzetének, távolságának és hajlásszögének ismerete, alkalmazása feladatmegoldásban
- A terület, térfogat, űrtartalom mértékegységeinek és ezek átváltási szabályainak ismerete
- Sűrűség mértékegységei közötti átváltás ismerete
- Sík- és térgeometriai feladatoknál a válasz megadása a problémának megfelelő mértékegységben
- A hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságainak ismerete és alkalmazása a hétköznapi életben előforduló testekkel kapcsolatban
- A kocka, a téglatest, az egyenes hasáb, az egyenes körhenger, az egyenes gúla és a forgáskúp hálójának lerajzolása konkrét esetekben
- A mindennapi életben előforduló hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számítással
- Síkidomok forgatásával keletkező egyszerű, a mindennapi életben is előforduló testek felszínének és térfogatának kiszámítása
- A hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása
- A hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételek ismerete és alkalmazása

FOGALMAK

kocka, téglatest, hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp, egyenes test, forgástest, n-oldalú szabályos gúla, tetraéder, alaplapp, oldallapp, alapél, oldalél, alkotó, palást, testmagasság, test hálója

Javasolt tevékenységek

- Hétköznapi tárgyak (üdítősdoboz, vizesflakon, tejfölösdoboz stb.) térfogatának megállapítása méréssel, a kapott eredmény összehasonlítása a tárgyon szereplő értékkel
- A Louvre bejárataként épített üvegpíramis földfelszín feletti térfogatának és az üvegfelület felszínének meghatározása (szükséges adatok gyűjtése az internetről)

- Annak becslése csoportmunkában, hogy a teret milyen arányban tudjuk kitölteni egybevágó érintkező gömbökkel különböző elrendezések esetén
- Különböző méretű, megközelítőleg gömb alakú gyümölcsök térfogatának és felszínének becslése, a becslés ellenőrzése méréssel
- A Föld felszínének és térfogatának közelítése földgömbmodellen méréssel és számolással, majd a kapott értékek összevetése a hivatalos adatokkal
- Projektmunka a gömbről: hogyan jelenik meg a gömb a mindennapi életben, a többi tantárgyban és a matematikában; a gömbi geometria alapjai

TÉMAKÖR: Valószínűség-számítás

JAVASOLT ÓRASZÁM: 12 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza;
- ismeri és alkalmazza a klasszikus valószínűségi modellt és a Laplace-képletet;
- ismeri és egyszerű esetekben alkalmazza a valószínűség geometriai modelljét;
- meghatározza a valószínűséget visszatevéses, illetve visszatevés nélküli mintavétel esetén.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Példák ismerete események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre
- Elemi események fogalmának ismerete, alkalmazása események előállítására
- Példák ismerete független és nem független eseményekre
- A klasszikus valószínűségi modell és a Laplace-képlet ismerete, alkalmazása
- A geometriai valószínűség fogalmának ismerete és alkalmazása
- Valószínűségek meghatározása visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén
- A várható érték ismerete és meghatározása konkrét feladatokban, játékokban
- Pénzügyi fogalmakkal kapcsolatos valószínűségi ismeretek (például biztosítás, befektetések kockázata, árfolyamkockázat)

FOGALMAK

események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események, geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték

Javasolt tevékenységek

- Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (pl. szabályos dobókockákkal, pénzérmével dobálás); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; becslés az egyes kimenetekre, illetve összetett események valószínűségére csoportmunkában

- Példák keresése független és nem független, illetve egymást kizáró eseményekre csoportmunkában
- Orvosi tesztek eredményének esélyelemzése fagráf segítségével
- Egyszerű valószínűségi játékokhoz kapcsolódóan a várható nyeremény és az igazságosság fogalmának kialakítása
- Konkrét bank konkrét befektetési portfóliójának értelmezése, elemzése
- Néhány konkrét biztosítási ajánlat értelmezése, elemzése

Rendszerező Összefoglalás

JAVASOLT ÓRASZÁM: 58 óra

–

– AZ OSZTÁLYOZÓ VIZSGA KÖVETELMÉNYEI:

1. félév:

- I. MATEMATIKAI LOGIKA
- II. SOROZATOK
- III. TÉRGEOMETRIA

2. félév: IV. RENDSZEREZŐ ÖSSZEFOGLALÁS

(KÖZÉPSZINTŰ ÉRETTSÉGI KÖVETELMÉNY SZERINTI TELJES TANANYAG)