

# Helyi tanterv

## Matematika

Hat évfolyamos gimnázium

### 7 - 12. évfolyam

HELYI TANTERVI ÓRASZÁMOK						
6 évfolyamos gimnázium						
<i>Évfolyam:</i>	7.	8.	9.	10.	11.	12.
<i>Heti óraszám:</i>	3	4	3	3	3	4
<i>Évi óraszám:</i>	108	144	108	108	108	128
<i>Emelt szintű érettségi vizsgára felkészítő csoport(ok) (szabadon választható)</i>					3 + 2	4 + 2
					180	192

# 1. BEVEZETÉS

Jelen helyi tanterv az 51/2012. (XII.21.) EMMI rendelet: 3. sz. melléklet: Kerettanterv a gimnáziumok 7-12. évfolyama számára 4.2.04-es sorszámu matematika kerettanterve alapján készült.

Az alapórás csoportoknál a kerettanterv által biztosított 10 %-os szabad mozgástér a megtanított ismeretek elmélyítésére és a gyakorlásra kerül felhasználásra, új tartalmi elemekkel a témák nem bővülnek (kivéve a körök geometriája ezenkívül,) csak bizonyos részmákra szánt órakeret került megnövelésre, összehangolva a különböző képzési formák tananyagát a közös emeltszintű csoportok indításához

## 1.1. A matematika tantárgy pedagógiai céljai, feladatai

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról, mint tudásrendszerrel és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

## 1.2. A matematika tantárgy fejlesztési területei és nevelési céljai

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mindinkább *ki tudják választani* és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő *modelleket, gondolkodásmódokat* (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), *módszereket* (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytan, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók *absztrakciós és szintetizáló képességét*. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a *kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását*. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle

nézőpont érvényesítését, a *komplex problémakezelés képességét* is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az *önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás* bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

### 1.3. A matematika tantárgy szerepe a kulcskompetenciák fejlesztésében

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. *A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez.* Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátunktól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamatában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika lehetőségeihez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglalkozzunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimum-problémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon,

kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulóknál azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, ill. hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, illetve a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, illetve pl. vegyész, grafikus, szociológus stb.), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A NAT néhány matematikus ismeretét előírja minden tanuló számára: Euklidész, Pitagorasz, Descartes, Bolyai Farkas, Bolyai János, Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős, Neumann. A kerettanterv ezen kívül is sok helyen hívja fel a tananyag matematikatörténeti érdekességeire a figyelmet. Ebből a tanárkollégák csoportjuk jellegének megfelelően szabadon válogathatnak.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, tételek bizonyítása nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől stb. Ami fontos, az a bizonyítás iránti igény felkeltése, a logikai levezetés szükségességének megértetése. Ennek mikéntjét a helyi tantervre támaszkodva mindig a szaktanárnak kell eldöntenie, ezért a tantervben a tételek megnevezése mellett nem szerepel utalás a bizonyításra. A fejlesztési cél elérése szempontjából - egy adott tanulói közösség számára - nem feltétlenül a tantervben szereplő (nevesített) tételek a legalkalmasabbak bizonyítás bemutatására, gyakorlására.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nemcsak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaeorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzó tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen tovább tanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

## **1.4. A pedagógiai szakaszok fejlesztési céljai**

### **Fejlesztési célok a 7-8. évfolyamon**

Az új iskolatípus lehetőséget nyújt arra, hogy pozitív motivációval hozzásegítsünk minden tanulót a matematikai gondolkodás örömeinek megismeréséhez. Tizenhárom éves kortól a tanulók mindinkább általánosító elképzelésekben, elvont konstrukciókban gondolkodnak. Elméleteket gyártnak, összefüggéseket keresnek, próbálják értelmezni a világot. Az iskolai

tanítás csak akkor lehet eredményes, ha alkalmazkodik ezekhez a változásokhoz, illetve igyekszik azokat felhasználva fejleszteni a tanulókat. A matematika kiválóan alkalmas arra, hogy a rendszerező képességet és hajlamot fejlessze. Ebben a két évfolyamában mind inkább szükséges matematikai szövegeket értelmezni és alkotni. Segítsük, hogy a tanulók a problémamegoldásaik részeként többféle forrásból legyenek képesek ismereteket szerezni.

Ebben a korban a tanításban már meg kell jelennie az elvonatkoztatás és az absztrakciós készség felhasználásának, fejlesztésének. A matematika tanításában itt jelenik meg a konkrét számok betűkkel való helyettesítése, a tapasztalatok általános megfogalmazása. Ezekben az évfolyamokban már komoly hangsúlyt kell helyeznünk arra, hogy a megsejtett összefüggések bizonyításának igénye is kialakuljon. A definíciókat és a tételeket mind inkább meg kell tudni különböztetni, azokat helyesen kimondani, problémamegoldásban mind többször alkalmazni. A mindennapi élet és a matematika (korosztálynak megfelelő) állításainak igaz vagy hamis voltát el kell tudni dönteni. A feladatok megoldása során fokozatosan kialakul az adatok, feltételek adott feladat megoldásához való szükségessége és elégségessége eldöntésének képessége. A tanítás része, hogy a feladatmegoldás előtt mind gyakrabban tervek, vázlatok készüljenek, majd ezek közül válasszuk ki a legjobbat. Esetenként járjunk be több utat a megoldás során, és ennek alapján gondoljuk végig, hogy létezik-e legjobb út, vagy ennek eldöntése csak bizonyos szempontok rögzítése esetén lehetséges. A feladatmegoldások során lehetőséget kell teremteni arra, hogy esetenként a terveket és a munka szervezését a feladatmegoldás közben a tapasztalatoknak megfelelően módosítani lehessen. Egyes feladatok esetén szükséges általánosabb eljárási módokat, algoritmusokat keresni.

A matematika egyes területei más-más módon adnak lehetőséget ebben az életkorban az egyes kompetenciák fejlesztésére. A különböző matematikatanítási módszerek minden tananyagrészen segíthetik a megfelelő önismeret, a helyes énkép kialakítását.

A tananyaghoz kapcsolódó matematikatörténeti érdekességek hozzásegítenek az egyetemes kultúra, a magyar tudománytörténet megismeréséhez. A gyakorlati élethez kapcsolódó szöveges feladatok segítik a gazdasági nevelést, a környezettudatos életvitelt, az egészséges életmód kialakítását. A definíciók megtanulása fejleszti a memóriát, a szaknyelv precíz használatára ösztönöz. A geometriai ismeretek elsajátítása közben a tanulók térszemlélete fejlődik, megtanulják az esztétikus, pontos munkavégzést. A halmazszemlélet alakítása és fejlesztése a rendszerező-képességet erősíti.

Az érdeklődés specializálódása természetes dolog. Akinél ez a reáltárgyak felé fordul, ott igényes feladatanyaggal, kiegészítő ismeretekkel kell elérni, hogy az ilyen irányú továbbtanuláshoz szükséges alapok kialakuljanak, az érdeklődés fennmaradjon. Akinél a matematika, illetve a reáltárgyak iránti érdeklődés csökken, ott egyrészt sok érdeklődést felkeltő elemmel: matematikatörténeti vonatkozással, játékokkal, érdekes feladatokkal lehet ezt az érdeklődést visszaszerezni, másrészt célszerű sok olyan feladatot beiktatni, amelyek jól mutatják, hogy az életben sokszor előnybe kerülhetnek, jobb döntést hozhatnak azok, akik jól tudják a matematikát.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a tantervi táblázatok tartalmazzák.

### **Fejlesztési célok a 9-10. évfolyamon**

A hat évfolyamos gimnázium második szakaszában a szemlélet alapján, a tevékenységeken, felfedeztetéseken keresztül korábban kialakított fogalmak pontos definiálására, az összefüggések felismerésére, modellek készítésére kell helyezni a fő hangsúlyt. Szükséges a matematika alkalmazási területeinek széles körű bemutatása a matematikán belüli problémák megoldásában, illetve más tudományok segítőjeként való közreműködésben. Ezekben az

években *erősödik a tanulók önismerete*, és megfelelő képességfejlesztéssel és módszertani változatossággal mind több tanulóban kialakulhat a matematika, illetve a természettudomány valamely ága iránti érdeklődés.

A megismerés módszerei között továbbra is fontos a gyakorlati tapasztalatszerzés, de az ismertszerzés fő módszere a tapasztalatokból szerzett információk rendszerezése, igazolása, ellenőrzése, és az ezek alapján elsajátított ismeretanyag alkalmazása. Ezeken az évfolyamokon a fogalmak definiálásán, az összefüggések igazolásán, az ismeretek rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és az alkalmazási lehetőségeik megismerésén van a hangsúly. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel. (Mindenki által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése.)

A problémamegoldás megszerettetésének igen fontos eszközei lehetnek a matematikai alapú játékok. A gyerekek szívesen játszanak maradékos osztáson, oszthatósági szabályokon alapuló számjátékokat, és szimmetriákon alapuló geometriai, rajzos játékokat. Nyerni akarnak, ezért természetes módon elemezni kezdik a szabályokat, lehetőségeket. Olyan következtetésekre jutnak, olyan elemzéseket végeznek, amelyeket hagyományos feladatokkal nem tudnánk elérni. A matematikatanításnak ebben a szakaszában sok érdekes matematikatörténeti vonatkozással lehet közelebb hozni a tanulókhöz a tantárgyat. A témakör egyes elemeihez kapcsolódva mutassuk be néhány matematikus életútját. A geometria egyes területeinek (szimmetriák, aranymetszés) a művészetekben való alkalmazásait megjelenítve világossá tehetjük a tanulók előtt, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan része. Az ezekre a témákra fordított idő bőven megtérül az ennek következtében növekvő érdeklődés, javuló motiváció miatt.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jól tud problémákat megoldani. Gazdasági, sport témájú feladatokkal, számos geometriai és algebrai szélsőérték-feladattal lehet gyakorlati kérdésekre optimális megoldásokat keresni.

Ez az életkor már alkalmassá teszi a tanulókat az önálló ismeretszerzésre. Legyen követelmény, hogy egyes adatoknak, fogalmaknak, ismereteknek könyvtárban, interneten nézzenek utána. Ez a kutatómunka hozzájárulhat a tanulók **digitális kompetenciájának növeléséhez**, ugyanúgy, mint a geometriai és egyéb matematikai programok használata is. A számítógép által nyújtott határtalan lehetőségeket képesek legyenek felismerni, és hatékonyan felhasználni. Fontos célkitűzés, hogy a feladatmegoldások közben a számológépet segédeszközként tudják használni.

Ebben az életkori szakaszban már elvárható, hogy a tanulók a leírt szöveget pontosan megértsék, a gondolataikat igyekezzenek szabatosan kifejtteni. A matematikai gondolkodásmód fejlődésével egyre magabiztosabban képesek véleményt nyilvánítani, érvelni, mások gondolatait megérteni.

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat **a tantervi** táblázatok tartalmazzák.

### Fejlesztési célok a 11-12. évfolyamon

Ez a szakasz az érettségire felkészítés időszaka is, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az elemző és összegző képesség alakítása. Ebben a két évfolyamban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk. Olyanokat, amelyekhez kell az előző évek alapozása, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A



sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordináta geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit is így a matematika komplexitását mutatjuk meg.

Minden témában nagy hangsúllyal ki kell térnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára. A statisztikai kimutatások és az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése hozzájárul a vállalkozói kompetencia fejlesztéséhez, a helyes döntések meghozatalához. Gyakran alkalmazhatjuk a digitális technikát az adatok, problémák gyűjtéséhez, a véletlen jelenségek vizsgálatához. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban és mindennapjaink gyakorlatában is elengedhetetlen. A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakításra.

Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztését is segíti, ha önálló kiselőadások, prezentációk elkészítését, megtartását várjuk el a diákoktól. A matematikatörténet feldolgozása például alkalmas erre. Ez sokat segíthet abban, hogy a matematikát kevésbé szerető tanulók se tekintsék gondolkodásmódjuktól távol álló területnek a matematikát.

### **Fejlesztési célok még a 11-12. évfolyamon az emeltszintű csoportban**

A magasabb óraszámban tanuló diákok nagy részétől elvárható, hogy emelt szintű érettségi vizsgát tegyen, ezért az elsődleges cél a sikeres vizsga letételére való felkészítés. Az ilyen csoportokba járó tanulók zöme feltételezhetően olyan egyetemre, főiskolára fog kerülni, ahol a matematikát mint elméleti és/vagy mint alkalmazott tudományt fogják tanulni. Ezért a logikát fejlesztő feladatok mellett fel kell készíteni olyan ismeretekre is őket, melyek későbbi tanulmányaikat elősegíthetik.

Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztését is segíti, ha önálló kiselőadások, prezentációk elkészítését, megtartását várjuk el a diákoktól. A fejlesztés eredményeként a kétéves periódus végére elvárható, hogy emelt szinten, a szóbeli vizsgán szabatosan, összefüggően tudják magukat kifejezni.

Ezek a célkitűzések csak akkor érhetők el, ha a tanulók külön csoportban vesznek részt a heti 5 tanítási órán.

A matematikát szerető, a matematikai problémák iránt érdeklődő tanulók számára érdekes, nehezebb, gondolkodtatóbb feladatok, problémák kitűzésével, a különböző megoldási lehetőségek, diskussziók megbeszélésével a matematika iránti érdeklődést (esetleg a későbbiekben a matematikussá válást) tudatosan fejlesztjük.

Ez a szakasz az eddigi matematikanulás szintézisét adja, és egyben kiteljesíti a kapcsolatokat a többi tantárggyal, valamint a mindennapi élet matematikaigényes elemeivel. A matematikanulásban kialakult rendszeresség, problémamegoldó készség az élet legkülönbözőbb területein segíthet. Ezt célszerű tudatosítani a tanulóknál.

A problémamegoldó készségen túl fontos az önálló rendszerezés, lényegkiemelés, történeti áttekintés készségének kialakítása, az alkalmazási lehetőségek megtalálása, a kapcsolatok keresése különböző témakörök között.

A sorozatok, kamatos kamat témakör kiválóan alkalmas a pénzügyi, gazdasági problémákban való jártasság kialakításra. A korábbiaknál is nagyobb hangsúlyt kell fektetni a különböző gyakorlati problémák optimumát kereső feladatokra. Ezért az ilyen problémák elemi megoldását külön fejezetként iktatjuk be.

Az analízis témakörben a szemléletesség segíti a problémák átlátását, az egzaktság pedig a felsőfokú képzésre való készülést.

Ebben az időszakban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, miközben sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható a tanulóktól többféle készség és ismeret együttes alkalmazása. Minden témában hangsúlyosan kell kitérnünk a gyakorlati alkalmazásokra, az ismeretek más tantárgyakban való felhasználhatóságára.

A rendszerező összefoglalás, túl azon, hogy az eddigi matematikatanulás szintézisét adja, mintaként szolgálhat a későbbiekben is bármely területen végzett összegző munkához.

Ilyen csoportoknál viszont figyelemmel kell lenni arra, hogy ez a tanterv épít az alsóbb évfolyamok emelt szintű tanterveinek néhány elemére. Természetesen ezeket az ismereteket célszerű vagy a 11. év elején, vagy a megfelelő témakör tárgyalása előtt áttekinteni. (Ehhez szükség lehet heti egy plusz órára)

Az egyes tematikus egységekre javasolt óraszámokat a tantervi táblázatok tartalmazzák.

### **1.5. A matematika tantárgy tanításának helyi sajátosságai a hat évfolyamos gimnáziumban**

A matematika tantárgy tanítása 7-10. évfolyamon osztályonként két csoportban zajlik. Ezen négy év alatt elsajátítják a Pedagógiai Programban megfogalmazott követelményeket. 10. évfolyamban dönthetnek, hogy tanulmányaikat az alapkövetelményeknek megfelelően, vagy emeltszintű érettségire felkészítő csoportban a 3. Az emeltszintű érettségi felkészítő csoport tanterve részben megfogalmazottak szerint folytatják.

A csoportok kialakítása évfolyamszinten az igényekhez illeszkedő számban történik az addig meglévő csoportbontások szükség szerinti átrendezésével.

Érettségire a csoportválasztás szintjétől függetlenül a törvényben megfogalmazottak szerint jelentkezhetnek. A sikeres emeltszintű érettségihez azonban szükséges a kiegészítő tananyagok elsajátítása, melyre az emelt szintű matematikacsoport tanterve ad lehetőséget.



## 1.6. témakörök óraszámai (bár a kapcsolatok miatt a témakörök között van átfedés)

Témakörök	7. évfolyam 3	8. évfolyam 4	9. évfolyam 3	10. évfolyam 3	11. évfolyam 3	12. évfolyam 4
<b>1. Gondolkodási módszerek</b>	<b>7+ foly.</b>	<b>15+ foly.</b>	<b>8+ foly.</b>	<b>12+ foly.</b>	<b>10+ foly.</b>	<b>12+ foly.</b>
<b>2. Számтан, algebra</b>	<b>42</b>	<b>44</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>29</b>	
<b>3. Függvények, sorozatok</b>	<b>10</b>	<b>22</b>	<b>13</b>	<b>9</b>	<b>15</b>	<b>20</b>
<b>4. Geometria</b>	<b>32</b>	<b>40</b>	<b>35</b>	<b>33</b>	<b>32</b>	<b>34</b>
<b>5. Statisztika, valószínű.</b>	<b>7</b>	<b>11</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>12</b>	<b>10</b>
<i>Ismétlés, ellenőrzés</i>	<i>10</i>	<i>12</i>	<i>10</i>	<i>10</i>	<i>10</i>	<i>52</i>
<b>Összesen</b>	<b>108</b>	<b>144</b>	<b>108</b>	<b>108</b>	<b>108</b>	<b>128</b>

## 2. TANTÁRGYI TARTALMAK

### 2.1. A 7. évfolyam tanterve

Évi óraszám: **108óra** – heti 3 óra

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<i>1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok</i>	<b>Órakeret 7 + folyamatos (2)</b>
<b>Előzetes tudás</b>	<p>Összehasonlításhoz, viszonyításhoz szükséges kifejezések értelmezése, használata (pl. egyenlő; kisebb; nagyobb; több; kevesebb; legalább; legfeljebb; nem; és; vagy; minden, van olyan). Állítások igazságának eldöntése. Igaz és hamis állítások megfogalmazása.</p> <p>Definíció megértése és alkalmazása.</p> <p>Konkrét dolgok adott szempont(ok) szerinti rendezése, rendszerezése.</p> <p>Néhány elem kiválasztása, elemek sorba rendezése különféle módszerekkel.</p>	

<b>A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai</b>	<p>Az önálló gondolkodás igényének kialakítása. Halmazok eszköz jellegű használata, halmazszemlélet fejlesztése.</p> <p>Szóbeli és írásbeli kifejezőkészség fejlesztése, a matematikai szaknyelv pontos használata. Saját gondolatok megértetésére való törekvés (szóbeli érvelés, szemléletes indoklás).</p> <p>Rendszerszemlélet, kombinatorikus gondolkodás fejlesztése.</p> <p>Fogalmak egymáshoz való viszonyának, összefüggéseknek a megértése.</p> <p>A rendszerezést segítő eszközök és algoritmusok használatának fejlesztése.</p> <p>A bizonyítás, az érvelés iránti igény felkeltése, a kulturált vitatkozás gyakoroltatása.</p>
--	---

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Halmazba rendezés több szempont alapján a halmazműveletek alkalmazásával. Két véges halmaz uniója, különbsége, metszete. A részhalmaz.	A halmazszemlélet fejlesztése. Lényeges és lényegtelen információk szétválasztása. Rendszerszemlélet fejlesztése.	<i>Biológia-egészségtan:</i> élőlények rendszerezése. <i>Földrajz:</i> földrészek országai. <i>Kémia:</i> anyagok csoportosítása.
Az „és”, „vagy”, „ha”, „akkor”, „nem”, „van olyan”, „minden” „legalább”, legfeljebb” kifejezések használata.	A matematikai szaknyelv pontos használata. A nyelv logikai elemeinek egyre pontosabb használata.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a lényeges és lényegtelen megkülönböztetése.
Egyszerű („minden”, „van olyan” típusú) állítások igazolása, cáfolata konkrét példák kapcsán.	Kulturált érvelés képességének fejlesztése.	
A matematikai bizonyítás előkészítése: sejtések, kísérletezés, módszeres próbálkozás, cáfolás.	A bizonyítási igény felkeltése. Tolerancia, kritikai szemlélet, problémamegoldás. A kulturált vitatkozás elsajátítása.	<i>Fizika; kémia; biológia, földrajz; életvitel és gyakorlat:</i> számítási feladatok.
A gyakorlati élethez és a társtudományokhoz kapcsolódó szöveges feladatok megoldása.	Szövegelemzés, értelmezés, szöveg lefordítása a matematika nyelvére. Ellenőrzés, önellenőrzés iránti igény erősítése. Igényes grafikus és verbális kommunikáció.	
Matematikai játékok.	Aktív részvétel, pozitív attitűd.	
Egyszerű kombinatorikai feladatok megoldása különféle módszerekkel (fadiagram, útdiagram, táblázatok készítése). Sorba rendezés. Néhány elem esetén az összes eset felsorolása.	A kombinatorikus gondolkodás fejlesztése.  Tapasztalatszerzés az összes eset rendszerezett felsorolásában. Kreativitás az összes lehetőség többféle felsorolási módjában.	

<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Halmaz, elem, részhalmaz, unió, metszet. Alaphalmaz. Igaz, hamis, nem, és, vagy, minden, van olyan, biztos, lehetséges, lehetetlen.
------------------------------------	--

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Számelmélet, algebra</b>	<b>Órakeret 42 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	<p>Racionális számkör. Számok írása, olvasása, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. Műveletek racionális számokkal.</p> <p>Ellentett, abszolút érték, reciprok.</p> <p>Mérés, mértékegységek használata, átváltás egyszerű esetekben.</p> <p>A mindennapi életben felmerülő egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel, egyenes arányosság.</p> <p>Alapműveletek racionális számokkal írásban.</p> <p>A zárójelek, a műveleti sorrend biztos alkalmazása. Helyes és értelmes kerekítés, az eredmények becslése, a becslés használata ellenőrzésre is.</p> <p>Algebrai kifejezések gyakorlati használata a terület, kerület, felszín és térfogat számítása során.</p> <p>Szöveges feladatok megoldása. A százalékszámítás alapjai.</p> <p>2, 3, 5, 9, 10, 100-zal való oszthatósági szabály ismerete. Osztó, többszörös közös osztó, közös többszörös fogalma.</p>	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<p>A matematikai ismeretek és a mindennapi élet történései közötti kapcsolat tudatosítása. Szavakban megfogalmazott helyzet, történés matematizálása; matematikai modellek választása, keresése, készítése, értelmezése adott szituációkhoz. Konkrét matematikai modellek értelmezése a modellnek megfelelő szöveges feladat alkotásával.</p> <p>A szabványos mértékegységekhez tartozó mennyiségek és többszöröseik, törtrészek képzeletben való felidézése.</p> <p>Az ellenőrzés, önellenőrzés iránti igény, az eredményért való felelősségvállalás erősítése.</p>	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Racionális számok (véges, végtelen tizedes törtek), példák nem racionális számra (végtelen, nem szakaszos tizedes törtek).	A számfogalom mélyítése.	
A természetes, egész és racionális számok halmazának kapcsolata.	A rendszerező képesség fejlesztése.	
Műveletek racionális számkörben írásban és számológéppel. Az eredmény helyes és értelmes kerekítése. Eredmények becslése, ellenőrzése. <i>Matematikatörténet:</i>	Műveletfogalom mélyítése. A zárójel és a műveleti sorrend biztos alkalmazása. Számolási és a becslési készség fejlesztése. Az algoritmikus gondolkodás fejlesztése.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz: számításos feladatok.</i>

a számfogalom matematikatörténeti fejlődése (számok írása, Rhind-papirusz).		
A hatványozás fogalma pozitív egész kitevőre.	A hatvány fogalmának kialakítása, fejlesztése. A definícióalkotás igényének felkeltése.	
Műveletek hatványokkal: azonos alapú hatványok szorzása, osztása. Hatványozásnál az alap és a kitevő változásának hatása a hatványértékre.		<i>Kémia:</i> az anyagmennyiség mértékegysége (a mól). <i>Földrajz:</i> termelési statisztikai adatok.
10 pozitív egész kitevőjű hatványai.	Számolási készség fejlesztése (fejben és írásban).	<i>Kémia:</i> számítási feladatok.
Prímszám, összetett szám. Prímtényező felbontás. Matematikatörténet: érdekességek a prímszámok köréből.	A korábban tanult ismeretek és az új ismeretek közötti összefüggések felismerése.	
Oszthatósági szabályok. Számelméleti alapú játékok. Matematikatörténet: tökéletes számok, barátságos számok. Legnagyobb közös osztó, legkisebb pozitív közös többszörös. Relatív prímelek.	A tanult ismeretek felelevenítése. Oszthatósági szabályok alkalmazása a törtekkel való műveleteknél. A bizonyítási igény felkeltése oszthatósági feladatoknál. Két szám legnagyobb közös osztójának meghatározása prímtényező felbontás alapján. A legkisebb pozitív közös többszörös meghatározása prímtényező felbontás alapján.	
Arány, aránypár, arányos osztás. Egyenes arányosság, fordított arányosság.	A következtetési képesség fejlesztése: a mindennapi élet és a matematika közötti gyakorlati kapcsolatok meglátása, a felmerülő arányossági feladatok megoldása során.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés. <i>Fizika; kémia; földrajz:</i> arányossági számítások felhasználása feladatmegoldásokban. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> műszaki rajzok értelmezése.
Mértékegységek átváltása racionális számkörben.	Gyakorlati mérések, mértékegység-átváltások helyes elvégzése. Ciklusonként átélt idő és lineáris időfogalom, időtartam, időpont szavak	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> Főzésnél a tömeg, az űrtartalom és az idő mérése.

	értő ismerete, használata.	<i>Történelem:</i> évtized, évszázad, évezred.
Az alap, a százalékérték és a százalékláb fogalmának ismerete, értelmezése, kiszámításuk következtetéssel, a megfelelő összefüggések alkalmazásával.	A mindennapi élet és a matematika közötti gyakorlati kapcsolat meglátása a gazdasági élet, a környezetvédelem, a háztartás köréből vett egyszerűbb példákon.	
A mindennapjainkhoz köthető százalékszámítási feladatok. Gazdaságossági számítások.	Feladatok az árképzés: árleszállítás, áremelés, áfa, betétkamat, hitelkamat, adó, bruttó bér, nettó bér, valamint különböző termékek (pl. élelmiszerek, növényvédő-szerek, oldatok) anyagösszetétele köréből. Szövegértés, szövegalkotás fejlesztése. Becslések és következtetések végzése. Zsebszámológép célszerű használata a számítások egyszerűsítésére, gyorsítására.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés.  <i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.  <i>Kémia:</i> oldatok tömegszázalékos összetételének kiszámítása.
Az algebrai egész kifejezés fogalma. Egytagú, többtagú, egynemű kifejezés fogalma. Helyettesítési érték kiszámítása.	Elnevezések, jelölések megértése, rögzítése, definíciókra való emlékezés. Egyszerű szimbólumok megértése és alkalmazása a matematikában. Betűk használata szöveges feladatok általánosításánál.	<i>Fizika:</i> összefüggések megfogalmazása, leírása a matematika nyelvén.
Egyszerű átalakítások: zárójel felbontása, összevonás. Egytagú és többtagú algebrai egész kifejezések szorzása racionális számmal, egytagú egész kifejezéssel. <i>Matematikatörténet:</i> az algebra kezdetei.	Egyszerű szimbólumok megértése és a matematikában, valamint a többi tantárgyban szükséges egyszerű képletalakítások elvégzése. Algebrai kifejezések egyszerű átalakításának felismerése.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> Képletek átalakítása. A képlet értelme, jelentősége. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.
Elsőfokú egyenletek, elsőfokú egyenlőtlenségek megoldása. Mérlegelv. Alaphalmaz, megoldáshalmaz.	Az egyenlő, nem egyenlő fogalmának elmélyítése. Algoritmikus gondolkodás továbbfejlesztése. A megoldások ábrázolása számegyenesen. Pontos munkavégzésre nevelés. Számolási készség fejlesztése. Az ellenőrzés igényének fejlesztés.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számításos feladatok.
A matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű	Szövegértelmezés, problémamegoldás fejlesztése.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés,

szöveges feladatok megoldása a tanult matematikai módszerek használatával. Ellenőrzés. Egyszerű matematikai problémát tartalmazó hosszabb szövegek feldolgozása. Feladatok például a környezetvédelem, az egészséges életmód, a vásárlások, a család jövedelmének ésszerű felhasználása köréből.	A lényeges és lényegtelen elkülönítésének, az összefüggések felismerésének fejlesztése. A gondolatmenet tagolása. Az ellenőrzési igény további fejlesztése. Igényes kommunikáció kialakítása. Szöveges feladatok megoldása a környezettudatossággal, az egészséges életmóddal, a családi élettel, a gazdaságossággal kapcsolatban.	szövegértelmezés. A gondolatmenet tagolása.
--	--	---

<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Racionális szám. Hatvány, alap, kitevő. Százalékalap, százalékláb, százalékérték. Prímszám, összetett szám, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Arány, aránypár, arányos osztás, egyenes és fordított arányosság. Változó, együttható, algebrai egész kifejezés, helyettesítési érték, egynemű kifejezés, összevonás, zárójelfelbontás. Egytagú, többtagú kifejezés. Egyenlet, változó, egyenlőtlenség, mérlegelv, ellenőrzés.
--------------------------------	--

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Függvények, az analízis elemei	Órakeret 10 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint, szabályfelismerés Számegyenes, számintervallumok ábrázolása, leolvasása ábráról. Biztos tájékozódás a derékszögű koordináta-rendszerben. Egyszerű grafikonok értelmezése. Egyszerű kapcsolatok ábrázolása derékszögű koordináta-rendszerben.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Függvényszemlélet fejlesztése. Grafikonok, táblázatok adatainak értelmezése, elemzése. Digitális technikák felhasználása a feldolgozás során. Megoldás a matematikai modellen belül. Matematikai modellek ismerete, alkalmazásának módja, korlátai (sorozatok, függvények, függvényábrázolás).	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Két halmaz közötti hozzárendelések megjelenítése konkrét esetekben. Függvények és ábrázolásuk a derékszögű koordinátarendszerben.	A függvényszemlélet fejlesztése. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése a grafikon alapján.	<i>Fizika; biológia-egészségtan; kémia; földrajz:</i> függvényekkel leírható folyamatok.
Egyenes arányosság grafikus képe. Lineáris függvények. A lineáris függvény grafikonjának meredeksége,	A mindennapi élet, a tudományok és a matematika közötti kapcsolat fölfedezése konkrét példák alapján. Számolási készség fejlesztése a racionális számkörben.	<i>Fizika:</i> út-idő.



ennek jelentése lineáris kapcsolatokban. Lineáris függvény ábrázolása paramétereire alapján. Tengelymetszetek és jelentésük.	Számítógép használata a függvények ábrázolására.	
Egyismeretlenes elsőfokú egyenletek grafikus megoldása.	Helyzetfelismerés: a tanult ismeretek alkalmazása új helyzetben.	
Grafikonok olvasása, értelmezése, készítése: szöveggel vagy matematikai alakban megadott szabály grafikus megjelenítése értéktáblázat segítségével.	Kapcsolatok észrevétele, megfogalmazása szóban, írásban. Környezettudatosságra nevelés: pl. adatok és grafikonok elemzése a környezet szennyezettségével kapcsolatban.	<i>Földrajz:</i> adatok hőmérsékletre, csapadék mennyiségére.  <i>Kémia:</i> adatok vizsgálata a levegő és a víz szennyezettségére vonatkozóan.
Sorozatok vizsgálata.	Néhány elemével adott sorozathoz szabályok keresése.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Hozzárendelés, függvény, lineáris függvény, növekedés, csökkenés, értelmezési tartomány, értékészlet, tengelymetszetek. Számítási sorozat, számítási közép.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 32 óra
<b>Előzetes tudás</b>	<p>Pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány. Háromszögek, csoportosításuk. Négyzetek, speciális négyzetek (trapéz, paralelogramma, deltoid). Kör és részei. Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok. Háromszög, négyzet belső és külső szögeinek összegére vonatkozó tapasztalatok. Téglatest tulajdonságai. Tengelyesen szimmetrikus alakzatok. Egyszerű alakzatok tengelyes tükröképének megszerkesztése. Két pont, pont és egyenes távolsága, két egyenes távolsága. Szakaszfelezés, szögfelezés, szögmásolás. Merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése. Néhány nevezetes szög szerkesztése. Szerkesztési eszközök használata. Koordináta-rendszer megismerése, pont ábrázolása, adott pont koordinátáinak a leolvasása. A téglalap és a deltoid kerületének és területének kiszámítása. A téglatest felszínének és térfogatának a kiszámítása.</p>	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<p>Rendszerező készség fejlesztése. A mindennapi élethez kapcsolódó egyszerű geometriai számítások elvégzésének fejlesztése. A gyakorlatban előforduló geometriai ismereteket igénylő problémák megoldására való képesség fejlesztése.</p>	

	<p>Statikus helyzetek, képek, tárgyak megfigyelése. Geometriai transzformációkban megmaradó és változó tulajdonságok megfigyelése.</p> <p>Az esztétikai-, művészeti tudatosság és kifejezőképesség fejlesztése.</p> <p>Képzletben történő mozgató: átdarabolás elképzelése, testháló összehajtásának, szétvágásának elképzelése.</p> <p>A pontos munkavégzés igényének fejlesztése.</p> <p>A geometriai problémamegoldás lépéseinek megismertetése (szerkesztésnél: vázlatrajz, adatfelvétel, a szerkesztés menete, szerkesztés, diszkusszió).</p>
--	--

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Szögpárok (egyállású szögek, váltószögek, kiegészítő szögek, merőleges szárú szögek, pótszögek).	A tanult szögpárok felismerése, megnevezése és ábrákon való bejelölése.	
<p>Ponthalmazok:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Adott térelemtől adott távolságra levő pontok a síkban.</li> <li>– Két térelemtől egyenlő távolságra levő pontok a síkban.</li> </ul> <p>Néhány eset vizsgálata térben is.</p>	Szerkesztések elvégzése. Törekvés a pontos, precíz munkára.	
Háromszög-egyenlőtlenség.	Diszkusszió a háromszögek szerkesztésénél.	
A háromszög és a négyszög belső és külső szögeinek összege. <i>Matematikatörténet: Bolyai Farkas, Bolyai János.</i> Érdekesek: gömbi geometria.	Tételek megfogalmazása megfigyelés alapján. Bizonyítási igény felkeltése. Tömör, de pontos szabatos kifejezőképesség fejlesztése. A szaknyelv minél pontosabb használata írásban is.	
A háromszögek magassága, magasságvonala, magasságpontja. A háromszögek kerületének és területének kiszámítása.	Számolási készség fejlesztése. Átdarabolás a terület meghatározásához. Eredmények becslése.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs program.
Parallelogramma, trapéz, deltoid rombusz tulajdonságai, kerülete, területe. Szabályos sokszögek. Kör kerülete, területe. A kör és érintője.	Törekvés a tömör, de pontos, szabatos kommunikációra. A szaknyelv egyre pontosabb használata írásban is. A terület meghatározása átdarabolással. A kör kerületének közelítése méréssel. Számítógépes animáció használata az egyes területképletekhez.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi problémák, területtel kapcsolatos számítás.  <i>Vizuális kultúra:</i> Pantheon, Colosseum.
A tanult síkbeli alakzatok (háromszög, trapéz, parallelogramma, deltoid)	A szerkesztéshez szükséges eszközök célszerű használata. Átélt folyamatról készült leírás gondolatmenetének	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> műszaki rajz készítése.

<p>szerkesztése. Nevezetes szögek szerkesztése: 15°, 45°, 75°, 105°, 135°.</p>	<p>értelmezése (pl. egy szerkesztés leírt lépéseiről a folyamat felidézése). A szaknyelv pontos használata.</p>	<p><i>Földrajz:</i> szélességi körök és hosszúsági fokok.</p>
<p>Középpontos tükrözés. A középpontos tükrözés tulajdonságai. A középpontos tükörkép szerkesztése.</p>	<p>Pontos, precíz munka elvégzése a szerkesztés során. A transzformációs szemlélet továbbfejlesztése.</p>	<p><i>Vizuális kultúra:</i> művészeti alkotások megfigyelése a tanult transzformációk segítségével.</p>
<p>Középpontosan szimmetrikus alakzatok a síkban. A tanult sokszögek osztályozása szimmetria szerint.</p>	<p>A megfigyelőképesség fejlesztése. Halmazképző, rendszerező képesség fejlesztése. A matematika kapcsolata a természettel és a művészeti alkotásokkal: művészeti alkotások vizsgálata Gondolkodás fejlesztése szimmetrián alapuló játékokon keresztül.</p>	<p><i>Vizuális kultúra;</i> <i>biológia-egészségtan:</i> középpontosan szimmetrikus alakzatok megfigyelése, vizsgálata a műalkotásokban és a természetben.</p>
<p>Tengelyes és középpontos szimmetria alkalmazása szerkesztésekben.</p>	<p>Áttekinthető, pontos szerkesztés igényének fejlesztése.</p>	<p><i>Vizuális kultúra:</i> festmények geometriai alakzatai.</p>
<p>Párhuzamos szárú szögek.</p>	<p>A tanult transzformációk tulajdonságainak felismerése, felhasználása a fogalmak kialakításánál.</p>	
<p>Az egybevágóság szemléletes fogalma, a háromszögek egybevágóságának esetei. Az egybevágóság jelölése. <math>\cong</math></p>	<p>A megfigyelőképesség fejlesztése. A szaknyelv pontos használata.</p>	<p><i>Vizuális kultúra:</i> festmények, művészeti alkotások egybevágó geometriai alakzatai.</p>
<p>Három- és négyszög alapú egyenes hasábok, forgáshenger hálójá, tulajdonságai, felszíne, térfogata.</p>	<p>A halmazszemlélet és a térszemlélet fejlesztése.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> modellek készítése, tulajdonságainak vizsgálata.  <i>Történelem, társadalmi és állampolgári:</i> történelmi épületek látszati képe és alaprajza közötti összefüggések megfigyelése. <i>Vizuális kultúra:</i> térbeli tárgyak síkbeli megjelenítése.</p>

Mértékegységek átváltása racionális számkörben.	A gyakorlati mérések, mértékegységváltások helyes elvégzésének fejlesztése.	<i>Testnevelés és sport:</i> távolságok és idő becslése, mérés. <i>Fizika; kémia:</i> mérés, mértékegységek, mértékegységek átváltása.
Egyszerű számításos feladatok a geometria különböző területeiről.	A számolási készség, a becslési készség és az ellenőrzési igény fejlesztése. Zsebszámológép célszerű használata a számítások egyszerűsítésére, gyorsítására.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Geometriai transzformáció, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, eltolás. Egybevágóság. Középpontos szimmetria, paralelogramma, rombusz. Egyállású szög, váltószög, csúcsszög. Belső és külső szög. Háromszög, magasságvonal, magasságpont. Hasáb, henger. Alaplap, alapél, oldallap, oldalél.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Statisztika, valószínűség	Órakeret 7 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása. Néhány szám számtani közepének kiszámítása. Valószínűségi játékok és kísérletek az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A statisztikai gondolkodás fejlesztése. A valószínűségi gondolkodás fejlesztése. Gazdasági nevelés.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Adatok gyűjtése, rendszerezése, adatsokaság szemléltetése, grafikonok készítése.	Adatsokaságban való eligazodás: táblázatok olvasása, grafikonok készítése, elemzése. Statisztikai szemlélet fejlesztése. Együttműködési készség fejlődése.	<i>Testnevelés és sport:</i> teljesítmények adatainak, mérkőzések eredményeinek táblázatba rendezése.
Adathalmazok elemzése (átlag, módusz,) és értelmezése, ábrázolásuk. Számítási közép kiszámítása.	Gazdasági statisztikai adatok, grafikonok értelmezése, elemzése. Adatsokaságban való eligazodás képességének fejlesztése. Ok-okozati összefüggéseket felismerő képesség fejlesztése. Elemző képesség fejlesztése.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> táblázatok és grafikonok adatainak ki- és leolvasása, elemzése, adatok

		gyűjtése, táblázatba rendezése. <i>Informatika</i> : statisztikai adatelemzés.
Valószínűségi kísérletek. Valószínűség előzetes becslése. Valószínűségi kísérletek, eredmények lejegyzése. Gyakoriság, relatív gyakoriság fogalma.	Valószínűségi szemlélet fejlesztése. Tudatos megfigyelőképesség fejlesztése. A tapasztalatok rögzítése képességének fejlesztése. Tanulói együttműködés fejlesztése. Számítógép használata a tudománytörténeti érdekességek felkutatásához.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Diagram, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség.	

### A továbbhaladás feltételei

- Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete
- Egyszerű állítások igazságának eldöntése.
- Néhány elem esetén az összes eset felsorolása.
- Jó számolási ismeretek a racionális számkörben. A műveleti sorrendre, zárójelre vonatkozó szabályok ismerete, helyes alkalmazása.
- Műveletek egész kitevőjű hatványokkal, a hatványozás azonosságainak használata egyszerű feladatmegoldásban.
- A négyzetgyökvonás műveletének használata geometriai feladatoknál
- Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása egyszerű feladatban
- Egyszerű százalékszámítási feladatok megoldása.
- Az oszthatósággal kapcsolatos definíciók ismerete, egyszerű oszthatósági problémák vizsgálata.
- Elsőfokú, egyismeretlenes egyszerű szerkezetű egyenlet megoldása
- Egyismeretlenes egyenlőség megoldása.
- Függvények megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.
- A lineáris függvény ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Sorozatok folytatása adott szabály szerint. Sorozatok néhány jellemzőjének vizsgálata.
- Az egyenes arányosság grafikonjának felismerése
- grafikonokról adatokat leolvasása
- Háromszögek szögei és oldalai közötti összefüggések ismerete és alkalmazása. Négyyszögek belső és külső szögeire vonatkozó összefüggések ismerete.
- Háromszögek magasságának a meghatározása,
- Egyszerű háromszög szerkesztések lépéseinek elvégzése.
- Egybevágósági transzformációk felismerése, tulajdonságainak ismerete. Szerkesztések elvégzése (tengelyes és középpontos tükrözés, pont körüli elforgatás, eltolás). Középpontosan szimmetrikus alakzatok tulajdonságainak ismerete és felhasználása geometriai feladatok megoldásánál.
- A négyyszögek több szempont szerinti összehasonlítása, csoportosítása, tulajdonságainak ismerete (oldalak párhuzamossága, egyenlősége, szimmetria).
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; Háromszögek, négyyszögek területének kiszámítása. Háromszög és négyyszög alapú egyenes hasábok felismerése, jellemzése, felszíne és térfogata..
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.
- Adathalmaz móduszának, átlagának meghatározása, értelmezése.

## 2.2. A 8. évfolyam tanterve

Évi óraszám: **144 óra – heti 4 óra**

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok	Órakeret 15 + folyamatos(3)
<b>Előzetes tudás</b>	Halmazba rendezés adott tulajdonság alapján. A részhalmaz fogalma. Két véges halmaz közös része, egyesítése. Egyszerű, matematikailag is értelmezhető hétköznapi szituációk megfogalmazása szóban és írásban. Állítások igazságának eldöntése. Igaz és hamis állítások megfogalmazása. Összehasonlításhoz szükséges kifejezések értelmezése, használata. Definíció megértése és alkalmazása. Néhány elem kiválasztása adott szempont szerint. Néhány elem sorba rendezése különféle módszerekkel.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Az önálló gondolkodás igényének kialakítása. Halmazok eszköz jellegű használata, halmazszemlélet fejlesztése. Szóbeli és írásbeli kifejezőképesség fejlesztése, a matematikai szaknyelv pontos használata. Saját gondolatok megértetésére való törekvés (szóbeli érvelés, szemléletes indoklás). Rendszerszemlélet, kombinatorikus gondolkodás fejlesztése. Fogalmak egymáshoz való viszonyának, összefüggéseknek a megértése. A rendszerezést segítő eszközök és algoritmusok használatának fejlesztése. A bizonyítás, az érvelés iránti igény felkeltése, a kulturált vitatkozás gyakoroltatása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Halmazba rendezés több szempont alapján a halmazműveletek alkalmazásával. Két véges halmaz uniója, különbsége, metszete. A részhalmaz. Matematikatörténet: Cantor.	A halmazszemlélet fejlesztése.  Rendszerszemlélet fejlesztése.	
Az „és”, „vagy”, „ha”, „akkor”, „nem”, „van olyan”, „minden” „legalább”, legfeljebb” kifejezések használata.	A matematikai szaknyelv pontos használata. A nyelv logikai elemeinek egyre pontosabb, tudatos használata.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a lényeges és lényegtelen megkülönböztetése.
Egyszerű („minden”, „van olyan” típusú) állítások igazolása, cáfolata konkrét példák kapcsán.	Kulturált érvelés képességének fejlesztése.	
Az „akkor és csak akkor” használata.	Adott tétel megfordításának megfogalmazása, a megfordítás	



Tétel és megfordítása. <i>Matematikatörténet:</i> Eukleidész szerepe a tudományosság kialakításában. Pólya György: A gondolkodás iskolája.	értelmezése, igazságtartalmának eldöntése.	
A matematikai bizonyítás előkészítése: sejtések, kísérletezés, módszeres próbálkozás, cáfolás.	A bizonyítási igény felkeltése. Tolerancia, kritikai szemlélet, problémamegoldás. A kulturált vitatkozás elsajátítása.	
A gyakorlati élethez és a társtudományokhoz kapcsolódó szöveges feladatok megoldása.	Szövegelemzés, értelmezés, szöveg lefordítása a matematika nyelvére. Ellenőrzés, önellenőrzés iránti igény erősítése. Igényes grafikus és verbális kommunikáció.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; technika, életvitel és gyakorlat: számításhoz kapcsolódó feladatok.</i>
Egyszerű kombinatorikai feladatok megoldása különféle módszerekkel (fadiagram, útdiagram, táblázatok készítése). Sorba rendezés, kiválasztás. Néhány elem esetén az összes eset felsorolása.	A kombinatorikus gondolkodás fejlesztése. Tapasztalatszerzés az összes eset rendszerezett felsorolásában.	
Permutáció (ismétlés nélküli és ismétléses). Számolás faktoriálissal.	Rendszerezés gyakorlása. Szöveg matematika nyelvre fordítása, matematikai modell készítése.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Véges, végtelen halmaz, intervallum. Alaphalmaz, részhalmaz és komplementer halmaz. Unió, metszet, különbség, „és”, „vagy”, „ha ... akkor”, „nem”, „van olyan”, „minden” kifejezések. Ismétlés nélküli és ismétléses permutáció. Faktoriális.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra	Órakeret (44 óra)
<b>Előzetes tudás</b>	Racionális számkör. Műveletek racionális számokkal. Pozitív egész kitevőjű hatvány fogalma. Műveletek hatványokkal. Prímszám, prímtényezőkre bontás. Algebrai kifejezések. Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása, mérlegelv. Mérés, mértékegységek használata, átváltás egyszerű esetekben. A mindennapi életben felmerülő egyszerű arányossági feladatok megoldása következtetéssel, egyenes arányosság, fordított arányosság, arány, arányos osztás. Szöveges feladatok megoldása. A százalékszámítás alapjai.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési</b>	A matematikai ismeretek és a mindennapi élet történései közötti kapcsolat tudatosítása. Szavakban megfogalmazott helyzet, történés matematizálása;	

<b>céljai</b>	<p>matematikai modellek választása, keresése, készítése, értelmezése adott szituációkhoz. Konkrét matematikai modellek értelmezése a modellnek megfelelő szöveges feladat alkotásával.</p> <p>A szabványos mértékegységekhez tartozó mennyiségek és többszöröseik, törtrészeik képzeletben való felidézése.</p> <p>Az ellenőrzés, önellenőrzés iránti igény, az eredményért való felelősségvállalás erősítése.</p>
---------------	--

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
A hatványozásról tanultak áttekintése	Számolási készség fejlesztése.	<i>Kémia</i> : számítási feladatok.
Nulla és negatív egész kitevőjű hatvány fogalma, a hatványozás azonosságai.	Permanenciaelv bemutatása konkrét számokkal. A bizonyítási igény fejlesztése	
Számok normálalakja. Számolás normálalakkal írásban és számológép segítségével.	A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás.	<i>Fizika; kémia; földrajz; biológia-egészségtan</i> : Tér, idő, nagyságrendek. Méretek és nagyságrendek becslése és számítása az atomok méreteitől az ismert világ méretéig.
Oszthatósági szabályok rendszerezése. Összetett oszthatósági szabályok. Számelmélet szerepe a kódolásban, titkosításban. <i>Matematikatörténeti és számelméleti érdekességek</i> (pl. végtelen sok prímszám létezik, tökéletes számok, barátságos számok, Eukleidész, Mersenne, Euler, Fermat)	Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása. Következtetések. Tanulói együttműködésben részvétel.	
Számrendszerek. Átváltás tízes számrendszerre más alapú számrendszerből. <i>Matematikatörténet</i> : Neumann János. Matematikatörténet: 12-es, 60-as számrendszer.	A helyi értékes írásmód lényegének megértése.	<i>Informatika</i> : a kettes számrendszer használata.
A négyzetgyök fogalma. Számok négyzete, négyzetgyöke.	Négyzetgyök meghatározása számológéppel.	

Példa irracionális számra ( $\pi$ , $\sqrt{2}$ ).		
Arány, aránypár, arányos osztás. Egyenes arányosság, fordított arányosság.	A következtetési képesség fejlesztése: a mindennapi élet és a matematika közötti gyakorlati kapcsolatok meglátása, a felmerülő arányossági feladatok megoldása során.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés. <i>Fizika; kémia; földrajz:</i> arányossági számítások felhasználása feladatmegoldásokban. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> műszaki rajzok értelmezése.
Mértékegységek átváltása racionális számkörben.	Gyakorlati mérések, mértékegység-átváltások helyes elvégzése. Ciklusonként átélt idő és lineáris időfogalom, időtartam, időpont szavak értő ismerete, használata.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> Főzésnél a tömeg, az úrtartalom és az idő mérése. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> évtized, évszázad, évezred.
A mindennapjainkhoz köthető százalékszámítási feladatok. Gazdaságossági számítások.	Feladatok az árképzés: árleszállítás, áremelés, áfa, betétkamat, hitelkamat, adó, bruttó bér, nettó bér, valamint különböző termékek (pl. élelmiszerek, növényvédő-szerek, oldatok) anyagösszetétele köréből. Szövegértés, szövegalkotás fejlesztése. Becslések és következtetések végzése. Zsebszámológép célszerű használata a számítások egyszerűsítésére, gyorsítására.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés.  <i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.  <i>Kémia:</i> oldatok tömegszázalékos összetételének kiszámítása.  <i>Fizika:</i> határfok kiszámítása.
Egyszerű átalakítások: zárójel felbontása, összevonás. Egytagú és többtagú algebrai egész kifejezések szorzása racionális számmal, egytagú egész kifejezéssel.	Egyszerű szimbólumok megértése és a matematikában, valamint a többi tantárgyban szükséges egyszerű képletalakítások elvégzése. Algebrai kifejezések egyszerű átalakításának felismerése.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> Képletek átalakítása. A képlet értelme, jelentősége. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.
Nevezetes azonosságok:	Kreativitás többféle bizonyítási módszer	<i>Informatika:</i> tantárgyi

$(a + b)^2$ polinom alakja. ahol $a$ és $b$ tetszőleges előjeles tag, $a^2 - b^2$ szorzat alakja.	alkalmazása során. Az algebra és geometria összekapcsolása az azonosságok igazolásánál. Ismeretek tudatos memorizálása.	szimulációs programok használata.
Szorzattá alakítás kiemeléssel, nevezetes azonosságok alkalmazásával. Teljes négyzetté alakítás.	A tanult azonosságok felhasználása.	
Elsőfokú, illetve elsőfokúra visszavezethető egyenletek, elsőfokú egyenlőtlenségek megoldása. Azonosság. Azonos egyenlőtlenség. Alaphalmaz, megoldáshalmaz.	Az egyenlő, nem egyenlő fogalmának elmélyítése. Algoritmikus gondolkodás továbbfejlesztése. A megoldások ábrázolása számegyenesen. Pontos munkavégzésre nevelés. Számolási készség fejlesztése. Az ellenőrzés igényének fejlesztés.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan: számításos feladatok.</i>
Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszerek megoldási módszerei.	Különböző algebrai módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (behelyettesítő módszer, ellentett együtthatók módszere).	
A matematikából és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása a tanult matematikai módszerek használatával. Ellenőrzés. Egyszerű matematikai problémát tartalmazó hosszabb szövegek feldolgozása pl. a családi élettel, környezettudatossággal, az egészséges életmóddal, a gazdaságossággal kapcsolatban.	Szövegértelmezés, problémamegoldás fejlesztése. A lényeges és lényegtelen elkülönítésének, az összefüggések felismerésének fejlesztése. A gondolatmenet tagolása. Az ellenőrzési igény további fejlesztése. Igényes kommunikáció kialakítása.	<i>Magyar nyelv és irodalom: szövegértés, szövegértelmezés. A gondolatmenet tagolása. Fizika; kémia; biológia-egészségtan technika, életvitel és gyakorlat.: szöveges feladatok.</i>
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Racionális szám. Hatvány, alap, kitevő. Normál alak. Négyzetgyök. Százalékalap, százalékláb, százaléérték. Arány, aránypár, arányos osztás, egyenes és fordított arányosság. Változó, együttható, algebrai egész kifejezés, helyettesítési érték, egynemű kifejezés, összevonás, zárójelfelbontás. Szorzattá alakítás kiemelés. Egytagú, többtagú kifejezés. Együttható, változó. Egyismeretlenes egyenlet, egyenlőtlenség, azonosság, mérlegelv, ellenőrzés.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Függvények, az analízis elemei	Órakeret (22 óra)
<b>Előzetes tudás</b>	Egyszerű sorozatok folytatása adott szabály szerint. Biztos tájékozódás a derékszögű koordináta-rendszerben. Függvények és ábrázolásuk derékszögű koordináta-rendszerben. Lineáris függvények.	

	Grafikonok értelmezése.
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Függvényszemlélet fejlesztése. Grafikonok, táblázatok adatainak értelmezése, elemzése. Megoldás a matematikai modellen belül. Matematikai modellek ismerete, alkalmazásának módja, korlátai (sorozatok, függvények, függvényábrázolás).

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Függvények és ábrázolásuk a derékszögű koordináta-rendszerben. A függvény jellemzése. (értelmezési tartomány, értékkészlet zérushely, szélsőérték, növekedés, csökkenés.)	A függvényszemlélet fejlesztése. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése a grafikon alapján.	<i>Fizika; biológia-egészségtan; kémia; földrajz:</i> függvényekkel leírható folyamatok <i>Fizika:</i> út-idő; feszültség-áramerősség.
Lineáris függvények $f(x) =  x $ , az $f(x) =  x+b $ illetve $f(x) =  x +c$ függvény. $f(x) = x^2$ , $f(x) = x^2+c$ illetve az $f(x) = (x+b)^2$ függvény. Függvények jellemzése	Számolási készség fejlesztése a racionális számkörben. Számítógép használata a függvények ábrázolására.	<i>Informatika:</i> Számítógép használata a függvények ábrázolására.
A fordított arányosság függvénye.		<i>Fizika:</i> adott távolság esetén a sebesség és az idő, adott tömeg esetén a sűrűség és a térfogat.
Grafikonok olvasása, értelmezése, készítése: szöveggel vagy matematikai alakban megadott szabály grafikus megjelenítése értéktáblázat segítségével.	Kapcsolatok észrevétele, megfogalmazása szóban, írásban. Környezettudatosagra nevelés: pl. adatok és grafikonok elemzése a környezet szennyezettségével kapcsolatban.	<i>Kémia, földrajz:</i> adatok vizsgálata: hőmérsékletre, csapadék mennyiségére, a levegő és a víz szennyezettségére vonatkozóan.
A sorozat mint speciális függvény. Egyszerű sorozatok vizsgálata. Számítási sorozat, számítási közép. <i>Matematikatörténet:</i> háromszögszámok, négyzetszámok. Gauss.	Sorozatok néhány jellemzőjének vizsgálata (növekedés, csökkenés). Gauss-módszer.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Hozzárendelés, függvény, lineáris függvény, növekedés, csökkenés, értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely. Abszolútérték-függvény, másodfokú függvény Számítási sorozat, számítási közép.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret (40 óra)
<b>Előzetes tudás</b>	<p>Pont, vonal, egyenes, félegyenes, szakasz, sík, szögtartomány. Háromszögek, csoportosításuk. Négyzetek, speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, deltoid). Kör és részei. Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok. Háromszög, négyszög belső és külső szögeinek összegére vonatkozó ismeretek. Téglatest tulajdonságai. Tengelyesen és középpontos tükrözés. Nevezetes szögpárok. Háromszögek egybevágóságának esetei. Két pont, pont és egyenes távolsága, két egyenes távolsága. Szakaszfelezés, szögfelezés, szögmásolás. Merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése. Néhány nevezetes szög szerkesztése. Szerkesztési eszközök használata. Koordináta-rendszer megismerése, pont ábrázolása, adott pont koordinátáinak a leolvasása. Háromszögek, speciális négyszögek kerületének és területének kiszámítása. Háromszög, négyszög alapú hasábok, hengerek felszínének és térfogatának a kiszámítása.</p>	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	<p>Rendszerező készség fejlesztése. A mindennapi élethez kapcsolódó egyszerű geometriai számítások elvégzésének fejlesztése. A gyakorlatban előforduló geometriai ismereteket igénylő problémák megoldására való képesség fejlesztése. Statikus helyzetek, képek, tárgyak megfigyelése. Geometriai transzformációkban megmaradó és változó tulajdonságok megfigyelése. Az esztétikai-, művészeti tudatosság és kifejezőképesség fejlesztése. Képzeletben történő mozgató: átdarabolás elképzelése, testháló összehajtásának, szétvágásának elképzelése. A pontos munkavégzés igényének fejlesztése. A geometriai problémamegoldás lépéseinek megismertetése (szerkesztésnél: vázlatrajz, adatfelvétel, a szerkesztés menete, szerkesztés, diszkusszió).</p>	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Eltolás, a vektor fogalma.	<p>Egyszerű alakzatok eltolt képének megszerkesztése. A megfigyelőképesség fejlesztése. Áttekinthető, pontos szerkesztés igényének fejlesztése.</p>	
Vektorok összege, különbsége és szorzása számmal. Vektorok összegének, különbségének és számmal való szorzásának szerkesztése.	<p>A szerkesztési eljárások előnyeinek és hátrányainak felismerése. Műveletek tulajdonságainak vizsgálata szerkesztések elvégzése után.</p>	<i>Fizika:</i> elmozdulás, erő, sebesség.



Vektor felbontása összetevőire. A vektorműveletek tulajdonságai.		
Pont körüli forgatás tulajdonságai és szerkesztési eljárások elsajátítása.	Egyszerű geometriai alakzatok adott pont körüli elforgatásának megszerkesztése.	<i>Földrajz:</i> bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.
Az egybevágóság szemléletes fogalma, a háromszögek egybevágóságának esetei.	Geometriai állítások igazolása konkrét feladatokban az egybevágóság alapeseteinek felhasználásával.	
Háromszögek nevezetes vonalai, pontjai, körei (magasságvonal, szögfelező, oldalfelező merőleges, középvonal, súlyvonal definíciója, tulajdonságai; magasságpont, súlypont, háromszög köré és beírt kör középpontja, sugara).	Ismeretek mozgósítása, rendszerezése problémamegoldás érdekében.	<i>Fizika:</i> alakzatok súlypontja.  <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Három- és négyszög alapú egyenes hasábok, forgáshenger hálója, tulajdonságai, felszíne, térfogata. Ismerkedés a forgáskúppal, gúlával, gömbbel.	A halmazszemlélet és a térszemlélet fejlesztése.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> modellek készítése, tulajdonságainak vizsgálata. <i>Vizuális kultúra:</i> térbeli tárgyak síkbeli megjelenítése.
Mértékegységek átváltása racionális számkörben.	A gyakorlati mérések, mértékegységváltások helyes elvégzésének fejlesztése.	<i>Testnevelés és sport:</i> távolságok és idő becslése, mérése. <i>Fizika; kémia:</i> mérés, mértékegységek, mértékegységek átváltása.
Pitagorasz tétele <i>Matematikatörténet:</i> Pitagorasz élete és munkássága. A pitagorasz-i számhármassok.	A Pitagorasz-tétel alkalmazása geometriai számításokban. Annak felismerése, hogy a matematika az emberiség kultúrájának része. A bizonyítási igény felkeltése. Számítógépes program felhasználása a tétel bizonyításánál.	
Egyszerű számításos feladatok a geometria különböző területeiről.	A számolási készség, a becslési készség és az ellenőrzési igény fejlesztése. Zsebszámológép célszerű használata a számítások egyszerűsítésére, gyorsítására.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés, szövegértelmezés.
Kicsinyítés és nagyítás.	A megfigyelőképesség fejlesztése: a	<i>Földrajz:</i> térkép.

Középpontos nagyítás és kicsinyítés szerkesztése konkrét arányokkal. Szakasz arányos osztásának szerkesztése.	középpontos nagyítás, kicsinyítés felismerése hétköznapi szituációkban.	<i>Biológia-egészségtan:</i> mikroszkóp. <i>Vizuális kultúra:</i> valós tárgyak arányosan kicsinyített vagy nagyított rajza.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Geometriai transzformáció, eltolás. Egybevágóság. Középpontos nagyítás és kicsinyítés. Vektor, vektorműveletek. Háromszögek nevezetes vonalai, pontjai, körei. Pitagorasz-tétel. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Statisztika, valószínűség	Órakeret 11 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Egyszerű diagramok készítése, értelmezése, táblázatok olvasása. Néhány szám számtani közepének kiszámítása. Módusz, medián. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Valószínűségi játékok és kísérletek az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése, esélylatolgatás. Biztos, lehetetlen események.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A statisztikai gondolkodás fejlesztése. A valószínűségi gondolkodás fejlesztése. Gazdasági nevelés.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Adatok gyűjtése, rendszerezése, adatsokaság szemléltetése, grafikonok készítése. Gyakoriság, relatív gyakoriság	Adatsokaságban való eligazodás: táblázatok olvasása, grafikonok készítése, elemzése. Statisztikai szemlélet fejlesztése. Együttműködési készség fejlődése.	<i>Testnevelés és sport:</i> teljesítmények adatainak, mérközések eredményeinek táblázatba rendezése.
Adathalmazok elemzése (átlag, módusz, medián) és értelmezése, ábrázolásuk. Számtani közép kiszámítása.	Gazdasági statisztikai adatok, grafikonok értelmezése, elemzése. Adatsokaságban való eligazodás képességének fejlesztése. Ok-okozati összefüggéseket felismerő képesség fejlesztése. Elemző képesség fejlesztése.	<i>Fizika; kémia;</i> <i>biológia-egészségtan;</i> <i>földrajz; történelem,</i> <i>társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> táblázatok és grafikonok adatainak ki- és leolvasása, elemzése, adatok gyűjtése, táblázatba rendezése. <i>Informatika:</i> statisztikai adatelemzés.
Valószínűségi kísérletek. Valószínűség előzetes becslése, szemléletes fogalma.	Valószínűségi szemlélet fejlesztése. Tudatos megfigyelőképesség fejlesztése.	

Valószínűségi kísérletek, eredmények lejegyzése. Matematikatörténet: érdekességek a valószínűség-számítás fejlődéséről.	A tapasztalatok rögzítése képességének fejlesztése. Tanulói együttműködés fejlesztése. Számítógép használata a tudománytörténeti érdekességek felkutatásához.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Diagram, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség.	

### A továbbhaladás feltételei

- Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete
- Egyszerű állítások igazságának eldöntése
- Egyszerű leszámítási feladatok megoldása Szisztematikus összeszámlálással az összes lehetőség megadása.
- Jó számolási ismeretek a racionális számkörben. A műveleti sorrendre, zárójelzésre vonatkozó szabályok ismerete, helyes alkalmazása.
- Műveletek egész kitevőjű hatványokkal, a hatványozás azonosságainak használata feladatmegoldásban. Normálalak használata a számok egyszerűbb írására, számolás normálalakkal.
- A négyzetgyökvonás műveletének használata geometriai feladatoknál
- Egyenes és fordított arányosság felismerése
- Elsőfokú, egyismeretlenes egyszerű egyenlet, kétismeretlenes egyszerű egyenletrendszer megoldása. Egyismeretlenes egyenlőtlenség megoldása.
- A lineáris függvény, az abszolútérték-függvény, a másodfokú függvény, a fordított arányosság függvényének ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Sorozatok folytatása adott szabály szerint. Sorozatok néhány jellemzőjének vizsgálata.
- Az egyenes arányosság grafikonjának felismerése
- grafikonokról adatokat leolvasása
- Háromszögek szögei és oldalai közötti összefüggések ismerete és alkalmazása. Négyyszögek belső és külső szögeire vonatkozó összefüggések ismerete.
- Háromszögek nevezetes vonalainak, pontjainak, köreinek meghatározása, Háromszögszerkesztési lépések elvégzése.
- Középpontos kicsinyítés és nagyítás elvégzése.
- A négyyszögek több szempont szerinti összehasonlítása, csoportosítása, tulajdonságainak ismerete (oldalak párhuzamossága, egyenlősége, szimmetria).
- A Pitagorasz-tétel és Thalész-tétel ismerete és alkalmazása.
- A vektor fogalmának és a vektorokkal végzett műveleteknek az ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal;
- Kerület, terület, felszín és térfogat mértékegységek ismerete; (Háromszögek, négyyszögek területének kiszámítása. Háromszög és négyyszög alapú egyenes hasábkok valamint a forgáshenger felismerése, jellemzése, felszíne és térfogata. A forgáskúp, a gömb felismerése.)
- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.
- Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának meghatározása, értelmezése.
- Valószínűségi kísérletek eredményeinek értelmes lejegyzése, gyakoriságok, relatív gyakoriságok meghatározása
- felismeri a biztos és a lehetetlen eseményt.

### 2.3. A fejlesztés várt eredményei a 8. évfolyam végére

#### *Gondolkodási és megismerési módszerek*

- Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete. A tanulók képesek elemeket

halmazba rendezni több szempont alapján.

- A nyelv logikai elemeinek tudatos szerepeltetése a feladatok megoldása során. Egyszerű állítások igazságának eldöntése, tagadás.
- Gondolatok (állítások, feltételezések, indoklások) világos, érthető szóbeli és írásbeli közlése. Egyre pontosabb szövegértelmezés.
- Egyszerű leszámplálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban. Szisztematikus összeszámlálással az összes lehetőség megadása.
- Fagráfok használata feladatok megoldásánál.
- A bizonyítás iránti igény kialakulása.

#### *Számelmélet, algebra*

- Biztos számolási ismeretek a racionális számkörben. A műveleti sorrendre, zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete, helyes alkalmazása.
- Műveletek egész kitevőjű hatványokkal, a hatványozás azonosságainak használata feladatmegoldásban. Normálalak használata a számok egyszerűbb írására, számolás normálalakkal.
- A négyzetgyökvonás műveletének használata geometriai feladatoknál
- Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása matematikai és hétköznapi feladatokban. A mindennapjainkhoz kapcsolódó százalékszámítási feladatok megoldása.
- Az oszthatósággal kapcsolatos definíciók ismerete, egyszerű oszthatósági problémák vizsgálata.
- A tanulók célszerűen tudják használni a betűkifejezéseket (algebrai egész kifejezések) és az azokkal tanult műveleteket matematikai, hétköznapi, természettudományi problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése).
- Elsőfokú, egy-; kétismeretlenes egyenlet, illetve egyenletrendszer megoldási módszereinek ismerete. Szöveges gyakorlati problémák megoldása a megtanult egyenlet-megoldási módszerekkel. Egyismeretlenes egyenlőtlenség megoldása.
- A tanulók tisztában vannak a százalékszámítás alapfogalmaival, értik a tanult összefüggéseket, tudják alkalmazni ismereteiket a feladatmegoldások során.
- A számológép ésszerű használata a számolás megkönnyítésére.

#### *Függvények, sorozatok*

- Függvények megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.
- A lineáris függvény, az abszolútérték-függvény, a másodfokú függvény, a fordított arányosság függvényének ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Egylépéses függvénytranszformációk végrehajtása.
- Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján, függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség.
- Sorozatok folytatása adott szabály szerint. Sorozatok néhány jellemzőjének vizsgálata.
- Az egyenes arányosság grafikonjának felismerése, a lineáris kapcsolatokról tanultak alkalmazása természettudományos feladatokban is
- Grafikonok elemzése a tanult szempontok szerint, grafikonok készítése, grafikonokról adatokat leolvasása

#### *Geometria*

- A tanuló a geometriai ismeretek segítségével képes jó ábrákat készíteni, pontos szerkesztéseket végezni.
- Háromszögek szögei és oldalai közötti összefüggések ismerete és alkalmazása. Négyszögek belső és külső szögeire vonatkozó összefüggések ismerete.
- Háromszögek nevezetes vonalainak, pontjainak, köreinek meghatározása, megszerkesztése.

- Háromszögszerkesztések lépéseinek leírása, a szerkesztési lépések elvégzése.
- Egybevágósági transzformációk felismerése, tulajdonságainak ismerete. Szerkesztések elvégzése (tengelyes és középpontos tükrözés, pont körüli elforgatás, eltolás). Középpontos kicsinyítés és nagyítás elvégzése.
- Középpontosan szimmetrikus alakzatok tulajdonságainak ismerete és felhasználása geometriai feladatok megoldásánál.
- A négyszögek több szempont szerinti összehasonlítása, csoportosítása, tulajdonságainak ismerete (oldalak párhuzamossága, egyenlősége, szimmetria).
- A Pitagorasz-tétel és Thalész-tétel ismerete és alkalmazása.
- A vektor fogalmának és a vektorokkal végzett műveleteknek az ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal; vektor felbontása.
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása. (Háromszögek, négyszögek területének kiszámítása. Háromszög és négyszög alapú egyenes hasábok valamint a forgáshenger felismerése, jellemzése, felszíne és térfogata. A forgáskúp, a gömb felismerése.)
- A tanuló képes térbeli alakzatok axonometrikus képét felvázolni, és ennek segítségével sikeresen old meg problémákat.

#### *Valószínűség, statisztika*

- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.
- Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának meghatározása, értelmezése.
- A véletlen jelenségek tudatos megfigyelése, tapasztalatok levonása, ezek alapján a valószínűségi szemlélet fejlődése.
- Valószínűségi kísérletek eredményeinek értelmes lejegyzése, gyakoriságok, relatív gyakoriságok meghatározása
- Konkrét feladatok kapcsán a tanuló érti az esély, a valószínűség fogalmát, felismeri a biztos és a lehetetlen eseményt.
- Zsebszámológép célszerű használata statisztikai számításokban
- A tanulónak van némi rálátása a legnagyobb matematikusok munkásságára, a magyar matematikusok eredményeire.

#### 2.4. A 9. évfolyam tanterve

Évi óraszám: **108óra** – heti 3 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 8 óra +folyamatos
<b>Előzetes tudás</b>	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A valós számok halmazának ismerete. Kommunikáció, együttműködés fejlesztése. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Halmazokról tanultak áttekintése Halmazműveletek: unió, metszet, különbség. Részhalmaz.</p> <p>Halmazok közötti viszonyok megjelenítése. Alaphalmaz és komplementer halmaz.</p>	<p>Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Szöveges megfogalmazások matematikai modellre fordítása. Elnevezések megtanulása, definíciókra való emlékezés. Annak tudatosítása, hogy alaphalmaz nélkül nincs komplementer halmaz. Halmaz közös elem nélküli halmazokra bontása jelentőségének belátása.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mondatok, szavak, hangok rendszerezése. <i>Biológia-egészségtan:</i> halmazműveletek alkalmazása a rendszertanban. <i>Kémia:</i> anyagok csoportosítása.</p>
<p>Véges és végtelen halmazok. Végtelen számosság szemléletes fogalma. <i>Matematikatörténet:</i> Cantor.</p>	<p>Annak megértése, hogy csak a véges halmazok elemszáma adható meg természetes számmal.</p>	
<p>A megismert számhalmazok: természetes számok, egész számok, racionális számok. A számírás története.</p>	<p>A megismert számhalmazok áttekintése. Természetes számok, egész számok, racionális számok elhelyezése halmazábrában, számegyenesen.</p>	<p><i>Informatika:</i> számábrázolás (problémamegoldás táblázatkezelővel).</p>
<p>Valós számok halmaza. Az intervallum fogalma, fajtái. Irracionális szám létezése.</p>	<p>Annak tudatosítása, hogy az intervallum végtelen halmaz.</p>	
<p>Távolsággal megadott ponthalmazok, adott tulajdonságú ponthalmazok (kör, gömb, felező merőleges, szögfelező, középpárhuzamos).</p>	<p>Ponthalmazok megadása ábrával. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (például két feltétellel megadott ponthalmaz).</p>	<p><i>Vizuális kultúra:</i> a tér ábrázolása. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.</p>
<p>Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorbarendezés, skatulyaelv, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban. Logikai szita.</p>	<p>Rendszerezés: pontosan egyszeri leszámolás..Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés).</p>	<p><i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel. <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált</p>

		szövegekben.
A gráffal kapcsolatos alapfogalmak (csúcs, él, foksám). Egyszerű hálózat szemléltetése.	Gráfok alkalmazása problémamegoldásban. Számítógépek egy munkahelyen, elektromos hálózat a lakásban, település úthálózata stb. szemléltetése gráffal. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.	<i>Kémia:</i> molekulák térszerkezete. <i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel, hálózatok. <i>Történelem, pl.</i> családfa. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> közlekedés.
(Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)		
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha..., akkor”.	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata.
Szöveges feladatok. (a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk).	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> egészséges életmódra és a családi életre nevelés.

	Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.	
A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Nyitott mondatok igazsághalmaza, szemléltetés módjai.	A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Halmazok eszközjellegű használata.	
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás <i>Matematikatörténet</i> : Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában. Nevezetes sejtések (pl. ikerprím sejtés); hosszan „élt”, de megoldott sejtések (pl. Fermat-sejtés, négyszínsejtés).	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.	<i>Magyar nyelv és irodalom</i> : mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétel.
Állítás és megfordítása. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.	Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha ..., akkor ...” típusú állítások esetében. Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.	
Bizonyítás.	Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése. Példák a hétköznapiakból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.	<i>Etika</i> : a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Unió, metszet, különbség, komplementer halmaz. Gráf csúcsa, éle, csúcs fokszáma. Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY. „Ha .., akkor ...”). Feltétel és következmény. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Esetleszámolás, faktoriális	



<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Számтан, algebra</b>	<b>Órakeret 37 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványozás és azonosságai, normálalak. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójelhasználat, műveletek sorrendje, kiemelés, nevezetes azonosságok, mértékegység-átváltás, négyzetgyök fogalma. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség. Egyszerű szöveg alapján elsőfokú egyismeretlenes egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és –megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
Számelmélet elemei. A tanult oszthatósági szabályok. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Relatív prímelek. <i>Matematikatörténeti és számelméleti érdekességek:</i> (pl. végtelen sok prímszám létezik, tökéletes számok, barátságos számok, Eukleidész, Mersenne, Euler, Fermat)	A tanult oszthatósági szabályok rendszerezése. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása a felbontás segítségével. Egyszerű oszthatósági feladatok, szöveges feladatok megoldása. Gondolatmenet követése, egyszerű gondolatmenet megfordítása. Érvelés.	
A hatványozás azonosságai áttekintése pozitív 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv.	Korábbi ismeretekre való emlékezés. Fogalmi általánosítás	
Számok abszolút értéke.	Egyenértékű definíció (távolsággal adott definícióval).	<i>Fizika:</i> hőmérséklet, elektromos töltés, áram, feszültség előjeles értelmezése.

Különböző számrendszerek. A helyiértékes írásmód lényege. Kettes számrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> Neumann János.	A különböző számrendszerek egyenértékűségének belátása.	<i>Informatika:</i> kommunikáció ember és gép között, adattárolás egységei.
Számok normálalakja.	Az egyes fogalmak (távolság, idő, terület, tömeg, népesség, pénz, adat stb.) mennyiségi jellemzőinek kifejezése számokkal, mennyiségi következtetések. Számolás normálalakokkal írásban és számológép segítségével. A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> tér, idő, nagyságrendek – méretek és nagyságrendek becslése és számítása az atomok méreteitől az ismert világ méretéig; szennyezés, környezetvédelem.
Nevezetes azonosságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számolási szabályok, zárójelek használata.	Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása.	
$(a + b)^2$ , $(a + b)^3$ polinom alakja. $a^2 - b^2$ , $a^3 \pm b^3$ , szorzat alakja, ahol $a$ és $b$ tetszőleges előjeles tag,	Ismeretek tudatos memorizálása Több szabály egyidejű alkalmazása	<i>Fizika:</i> számítási feladatok megoldása (pl. munkatétel).
Egyszerű feladatok polinomok, illetve algebrai törtek közötti műveletekre. Tanult azonosságok alkalmazása. Algebrai tört értelmezési tartománya. Algebrai kifejezések egyszerűbb alakra hozása.	Ismeretek felidézése, mozgósítása (pl. szorzattá alakítás, tört egyszerűsítése, bővítése, műveletek törtekkel).	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok.
Elsőfokú egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása különböző módszerekkel (lebontogatás, mérlegelv, szorzattá alakítás, értelmezési tartomány és értékkészlet vizsgálata, grafikus módszer). ekvivalencia fogalma Egyszerű egyenletek paraméterrel.	Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása, kiegészítése. Módszerek tudatos kiválasztása és alkalmazása.	
Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika.

	Különböző módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (behelyettesítő módszer, egyenlő illetve ellentett együtthatók módszere, grafikus módszer).	
Elsőfokú egyenletre, egyenletrendszerre vezető szöveges számítási feladatok a természettudományokból, a mindennapokból.	Szöveges számítási feladatok megoldása a természettudományokból, a mindennapokból (pl. százalékszámítás: megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, bruttó ár és nettó ár, ÁFA, jövedelemadó, járulékok, élelmiszerek százalékos összetétele). A növekedés és csökkenés kifejezése százalékkal („mihez viszonyítunk?”). Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása. A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése (egyenlet, illetve egyenletrendszer felírása); a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok. <i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel. <i>Földrajz:</i> a pénzüvilág működése. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tudatos élelmiszer-választás, becslések, mérések, számítások. <i>Társadalmi, állampolgári és gazdasági ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások. <i>Fizika:</i> kinematika, dinamika számolási feladatok <i>Kémia:</i> százalékos keverési feladatok.
Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekből.	A képlet értelmének, jelentőségének belátása. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.	<i>Fizika; kémia:</i> képletek értelmezése..
Egy és két abszolút értéket tartalmazó egyenletek.	Definíciókra való emlékezés.	<i>Fizika:</i> a mérés hibája.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Hatvány. Normálalak. Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú egyenlet. Elsőfokú egyenletrendszer. Egyenlőtlenség. Abszolút értéket tartalmazó elsőfokú egyenletek.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 13 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. Lineáris függvények, fordított arányosság függvénye, abszolútérték-függvény, másodfokú függvény ismerete.	

<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvénymodell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.
---	--

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
A függvény fogalmának megadásának és elemi tulajdonságainak rendszerezése. Új függvénytulajdonságok: periodicitás, paritás, korlátosság	Ismeretek rendezése, tudatos memorizálása (függvénytani alapfogalmak). Alapfogalmak megértése, konkrét függvények elemzése a grafikonjuk alapján. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése grafikon alapján. Számítógép használata a függvények vizsgálatára.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> időben lejátszódó folyamatok leírása, elemzése. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata, adatkezelés táblázatkezelővel.
Az abszolútérték-függvény. az $x \mapsto a \cdot  x+b  + c$ ( $a \neq 0$ ) függvény grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	<i>Informatika:</i> átlagos abszolút eltérés függvénye.
A négyzetgyökfüggvény. Az $x \mapsto a \cdot \sqrt{x+b} + c$ ( $a \neq 0$ ; $x \geq -b$ ) függvény grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	
A fordított arányosság függvénye. $x \mapsto \frac{a}{x}$ ( $ax \neq 0$ ) grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	<i>Fizika:</i> ideális gáz, izoterma. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Függvények alkalmazása.	Valós folyamatok függvénymodelljének megalkotása. A folyamat elemzése a függvény vizsgálatával, az eredmény összevetése a valósággal. A modell érvényességének vizsgálata. Számítógép alkalmazása (pl. függvényrajzoló program). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Fizika:</i> kinematika. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Egyenlet, egyenletrendszer grafikus megoldása.	Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel. Az algebrai és a grafikus módszer	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz:</i> számítási

	összevetése. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Számítógépes program használata.	feladatok.
Az $x \mapsto ax^2 + bx + c$ ( $a \neq 0$ ) másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \mapsto a(x-u)^2 + v$ alak segítségével.	Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája.  <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
A tanult függvények többlépéses transzformációi: $f(x) + c$ ; $f(x + c)$ ; $c \cdot f(x)$ ; $ f(x) $ , $f(cx)$	Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint. Függvénytranszformációk és geometriai transzformációk kapcsolatának bemutatása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Valós számok részhalmazán értelmezett függvények ábrázolása, vizsgálata.	Az értelmezési tartomány leszűkítése és a függvénytulajdonságok változásának kapcsolata.	<i>Biológia-egészségtan:</i> a biológiai rendszerek térbeli és időbeli változásait leíró grafikonok értelmezése.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Függvény. Valós függvény. Függvénytulajdonság: értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, , szélsőérték hely, szélsőérték. fv. menet Alapfüggvény. Függvénytranszformáció. Lineáris kapcsolat. Meredekség. Grafikus megoldás.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>4. Geometria</b>	<b>Órakeret 35 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Tételek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúlák felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.	
<b>A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. Az egybevágósági transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. Korábbi ismeretek	

mozgósítása. Számológép, számítógép használata.

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Geometriai alapfogalmak. Tételek, távolságok és szögek értelmezése. (Pont távolsága a síktól, két egyenes távolsága, hajlásszöge, egyenes és sík hajlásszöge, két sík hajlásszöge.)</p>	<p>Idealizáló absztrakció: pont, egyenes, sík, síkidomok, testek. Vázlat készítése. Szemléletes rajzok készítése. A feladatban szereplő tárgyak elképzelése, vázlatos rajzok készítése, összevetésük az eredetivel, a modell „jóságának” megítélése,</p>	
<p>A háromszög nevezetes vonalai, körei. Oldalfelező merőlegesek, belső szögfelezők, magasságvonalak, súlyvonalak, középvonalak tulajdonságai. Körülírt kör, beírt kör. <i>Matematikatörténet:</i> Euler-egyenes, Feuerbach-kör bemutatása (interaktív szerkesztőprogrammal, bizonyítás nélkül).</p>	<p>A definíciók és tételek pontos ismerete, alkalmazása.</p>	<p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).</p>
<p>Konvex sokszögek általános tulajdonságai. Átlók száma, belső szögek összege. Szabályos sokszög belső szöge.</p>	<p>Fogalmak alkotása specializálással: konvex sokszög, szabályos sokszög.</p>	<p><i>Vizuális kultúra:</i> építészeti stílusok.</p>
<p>Kör és részei, kör és egyenes. Ív, húr, körcikk, körszelet. Szelő, érintő.</p>	<p>Fogalmak pontos ismerete.</p>	<p><i>Informatika:</i> adatok szemléltetése kördiagram segítségével.</p>
<p>A körív hossza. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körív hossza között (szemlélet alapján).</p>	<p>Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.</p>	<p><i>Fizika:</i> körmozgás sebessége, szögsebessége. <i>Földrajz:</i> távolság a Föld két pontja között.</p>
<p>A körcikk területe. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körcikk területe között (szemlélet alapján).</p>	<p>Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.</p>	
<p>A szög mérése. A szög ívmértéke.</p>	<p>Mérés, mérési elvek megismerése. Mértékegység-választás, mérőszám.</p>	<p><i>Fizika:</i> szögsebesség, körmozgás, rezgőmozgás. <i>Földrajz:</i> tájékozódás</p>

		a földgömbön; hosszúsági és szélességi körök, helymeghatározás.
Thalész tétele, és alkalmazásai. A matematika, mint kulturális örökség.	Ismeretek tudatos memorizálása. Állítás és megfordításának gyakorlása.	
Pitagorasz-tétel alkalmazásai. (Koordináta-geometria előkészítése.)	Ismeretek mozgósítása, rendszerezése problémamegoldás érdekében. Állítás és megfordításának gyakorlása.	<i>Fizika:</i> vektor felbontása merőleges összetevőkre.
Vektorok összege, két vektor különbsége. Vektor szorzása valós számmal	Műveleti analógiák (összeadás, kivonás).	<i>Fizika:</i> erők összege, két erő különbsége, vektormennyiség változása (pl. sebesség-változás). Newton II. törvénye.
A tengelyes és a középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli elforgatás. A transzformációk tulajdonságai. A geometriai vektorfogalom.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	<i>Fizika:</i> elmozdulásvektor, forgások. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata. <i>Földrajz:</i> bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.
Egybevágóság, szimmetria.	Szimmetria felismerése a matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyakban, részvétel szimmetrián alapuló játékokban.	<i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok. <i>Biológia-egészségtan:</i> az emberi test síkjai, szimmetriája.
Az egybevágóság fogalma. Alakzatok egybevágósága. A háromszögek egybevágóságának alapesetei.		
Szimmetrikus négyszögek. Négyszögek csoportosítása szimmetriáik szerint. Szabályos sokszögek.	Fogalmak alkotása specializálással.	<i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti

		stíluskorszakok.
Egyszerű szerkesztési feladatok.	Szerkesztési eljárások gyakorlása. Szerkesztési terv készítése, ellenőrzés. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Pontos, esztétikus munkára nevelés.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Vektorok összege, két vektor különbsége. Vektor szorzása valós számmal	Műveleti analógiák (összeadás, kivonás).	<i>Fizika:</i> erők összege, két erő különbsége, vektormennyiség változása (pl. sebesség-változás). Newton II. törvénye.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Tér, sík, egyenes, pont. Sokszög. Háromszög, négyszög, speciális háromszög, speciális négyszög és alaptulajdonságaik. Nevezetes pontok, egyenesek, körök. Belső szög, külső szög, átló. Kerület, terület. Egybevágó. Szimmetria. Vektor, vektorművelet.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret 5 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Diagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Statisztikai adatok és ábrázolásuk (gyakorosság, relatív gyakorosság, eloszlás, kördiagram, oszlopdiagram, vonaldiagram).	A tanult ismeretek rendezése, gyakorlása feladatokban Adatok jegyzése, rendezése, ábrázolása. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatként való megnevezése. Diagramok, táblázatok olvasása, készítése. Grafikai szervezők összevetése más formátumú dokumentumokkal, következtetések levonása írott, ábrázolt és számszerű információ összekapcsolásával. Számítógép használata.	<i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információ megjelenítés. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram). <i>Földrajz:</i> időjárás, éghajlati és gazdasági statisztikák.
Adatsokaságok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem.	A statisztikai mutatók nyújtotta információk helyes értelmezése.	<i>Informatika:</i> statisztikai



	Nagy adathalmaz vizsgálata kevés statisztikai jellemzővel: előnyök és hátrányok.	adatelemzés.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Adat. Diagram, táblázat. Módusz, medián, átlag., terjedelem, Gyakoriság, relatív gyakoriság.	

### A Továbbhaladás feltételei

- Tájékozott a racionális számkörben.
- Ismeri a részhalmaz, unió, metszet, két halmaz különbsége fogalmakat.
- Ismeri és alkalmazza a hatványozás azonosságait.
- Ismeri számok és kifejezések abszolút értékének fogalmát, alkalmazza a számok normál alakját.
- Biztonsággal használja a másodfokú azonosságokat.
- Biztonsággal végzi a négy alapművelet egyszerű algebrai kifejezésekkel.
- Nagy biztonsággal old meg egyszerű törtes egyenleteket, kétismeretlenes elsőfokú egyenletrendszereket.
- Jól alkalmazza a százalékszámítást gyakorlati feladatokban is.
- Ismeri a 3-mal és a 9-cel való oszthatóság feltételét.
- Képe számok prímtényezőkre való bontására.
- Tájékozott az alapfüggvények (lineáris, másodfokú, abszolút érték,  $\frac{a}{x}$ ) tulajdonságaiban.
- Képes képlettel megadott függvényt értéktáblázat segítségével ábrázolni.
- Ismeri a speciális háromszögek, négyszögek és szabályos sokszögek tulajdonságait.
- Ismeri a háromszög nevezetes vonalainak, a háromszög beírt és körülírt körének fogalmát és tulajdonságait.
- Ismeri a körrel kapcsolatos fogalmakat és az érintő tulajdonságait.
- Felhasználja az eltolás és a tükrözés tulajdonságait egyszerű feladatokban.
- Képes számsokaság számtani közepének kiszámítására.
- Ismeri a módusz és a medián fogalmát.
- Alapszinten értelmezi a kördiagram, oszlopdiagram adatait

### 2.5. A 10. évfolyam tanterve

Évi óraszám: 108 óra – heti 3 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 12 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete. Sorbarendezés, kiválasztás. Permutáció, faktoriális.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. A matematikai tételek, állítások szerkezete. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség,	

kombinációs készség fejlesztése.

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>A matematikai tétel kimondása, bizonyítása</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában. Nevezetes sejtések (pl. ikerprím sejtés); hosszan „élt”, de megoldott sejtések (pl. Fermat-sejtés, négyszínsejtés).</p>	<p>Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése.</p> <p>Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek.</p> <p>Ellenpélda szerepe.</p> <p>Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.</p>
<p>Állítás, tétel és megfordítása. Szükséges feltétel, elegendő feltétel. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.</p>	<p>Az „akkor és csak akkor” használata.</p> <p>Feltétel és következmény felismerése a „Ha ..., akkor ...” típusú állítások esetében.</p> <p>Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.</p>	
<p>Bizonyítás. Bizonyítási módszerek, jellegzetes gondolatmenetek (indirekt módszer, skatulya-elv) konkrét példákon keresztül.</p>	<p>Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje).</p> <p>Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés.</p> <p>Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése.</p> <p>Példák a hétköznapokból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.</p>	<p><i>Etika:</i> a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.</p>
<p>Variáció (ismétlés nélküli és ismétléses).</p> <p>Kombináció (ismétlés nélküli).</p> <p>Binomiális együttható jelentése, kiszámítása.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Pascal.</p>	<p>Szöveg matematikai nyelvre fordítása, kombinatorikus modell készítése, kombinatorikus gondolkodás.</p> <p>Esetfelsorolás, érvelés, a szempontok és a feltételek állandósága, illetve változtatása.</p> <p>A problémához leginkább illő megoldási mód kiválasztása. A szakszerű, szabatos indoklás megkövetelése.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> feladatok a családban, munkamegosztás lehetősége a családon belül.</p>
<p><b>Kulcsfogalmak/fogalmak</b></p>	<p>Feltétel és következmény. Szükséges feltétel, elegendő feltétel.</p> <p>Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Binomiális együttható.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számтан, algebra	Órakeret 38 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Egész kitevőjű hatványozás. Számolás algebrai kifejezésekkel. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és –megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A négyzetgyök definíciója. A négyzetgyök azonosságai.	A négyzetgyök azonosságainak használata konkrét esetekben. Gyökjel alól kihozatal, nevező gyöktelenítése. Számológép használata.	<i>Fizika:</i> fonálinga lengésideje, rezgésidő számítása.
A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldóképlet.	Különböző algebrai módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (szorzattá alakítás, teljes négyzetté kiegészítés). Ismeretek tudatos memorizálása (rendezett másodfokú egyenlet és megoldóképlet összekapcsolódása). A megoldóképlet biztos használata.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája.
Diszkrimináns fogalma, vizsgálata.	Diszkusszió.	
Másodfokú egyenletre vezető gyakorlati problémák, szöveges feladatok.	Matematikai modell (másodfokú egyenlet) megalkotása a szöveg alapján. A megoldás ellenőrzése, gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.
Gyöktényezős alak. Másodfokú	Algebrai ismeretek alkalmazása.	

polinom szorzattá alakítása.		
Gyökök és együtthatók összefüggései.	Önellenőrzés: egyenlet megoldásának ellenőrzése.	
Néhány egyszerű magasabb fokú egyenlet megoldása. <i>Matematikatörténet:</i> részletek a harmad- és ötödfokú egyenlet megoldásának történetéből.	Annak belátása, hogy vannak a matematikában megoldhatatlan problémák.	
Egyszerű másodfokú egyenlőtlenségek. $ax^2 + bx + c \geq 0$ (vagy $> 0$ ) alakra visszavezethető egyenlőtlenségek ( $a \neq 0$ ).	Egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása. Másodfokú függvény eszközjellegű használata.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Másodfokú egyenletrendszer. A behelyettesítő módszer.	Egyszerű másodfokú egyenletrendszer megoldása. A behelyettesítő módszerrel is megoldható feladatok. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	
Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés. Egyszerű paraméteres másodfokú egyenletek.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Halmazok eszközjellegű használata.	
Szélsőérték feladatok megoldása teljes négyzetté alakítással Gyakorlati példa minimum és maximum probléma.megoldására.	Szöveges feladatokban előforduló maximum-minimum helyek és értékek megállapításához szükséges eljárás kidolgozása, megértése.	<i>Fizika:</i> mozgások. <i>Fizika:</i> minimum- és maximumproblémák
Összefüggés két pozitív szám számtani és mértani közepe között.	Geometria és algebra összekapcsolása az azonosság igazolásánál. Gondolatmenet megfordítása.	.
Négyzetgyökös egyenletek megoldása grafikus és algebrai úton. (Egy-két négyzetre emeléssel megoldható egyenletek.)	Az algebrai és grafikus módszerek együttes alkalmazása.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás.
Adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletmegoldási lépések	Diszkussziós igény algebrai feladatokban. Az ellenőrzés fontosságának	

megismerése. Hamis gyök, gyökvesztés vizsgálata.	bemutatása.	
Másodfokú egyenletrendszerek. Másodfokú egyenletrendszerre vezető szöveges feladatok.	Eljárásokra, módszerekre való emlékezés. A korábban megismert eljárások, módszerek panelként való felhasználása.	<i>Fizika:</i> ütközések.
Egyszerű trigonometrikus egyenletek ( $k \cdot f(c \cdot x) = d$ ) (sin, cos).	Periodikus jelenségek felismerése a mindennapokban.	<i>Fizika:</i> harmonikus rezgőmozgás.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Másodfokú egyenlet, diszkrimináns. Gyöktényező alak. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség. Számítási közép, mértani közép. Szélsőérték.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 9 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben. A tanult függvények ábrázolása, jellemzése.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvénymodell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Függvények alkalmazása másodfokú és gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek megoldására; másodfokú függvényre vezető szélsőérték-feladatok	Függvénytulajdonságok tudatos alkalmazása	
A trigonometrikus alapfüggvények (sinx, cosx) ábrázolása, jellemzése. függvény transzformáció	Időtől függő periodikus jelenségek megfigyelése.	<i>Fizika:</i> a harmonikus rezgőmozgás, a hullámmozgás, váltakozó áram és feszültség leírása.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Grafikus megoldás. sinx, cosx függvény	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 33 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Tételek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai,	

	négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúla felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal. A valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások (henger, hasáb, kúp, gúla, gömb). Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A körrel kapcsolatos ismeretek bővítése: kerületi és középponti szög fogalma, kerületi szögek tétele; Látószög; látószögek mint speciális ponthalmaz (Thalész tételének általánosítása). Húrnégyszögek és érintő-négyszögek definíciója, tételei.	Korábbi ismeretek felelevenítése, új ismeretek beillesztése a korábbi ismeretek rendszerébe. Négyszögek osztályozása, különbözőségek, azonosságok tudatosítása. Szükséges és elégséges feltételek felismerése.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram). <i>Vizuális kultúra:</i> építészet.
Középpontos hasonlóság, hasonlóság. Arányos osztás. A hasonlósági transzformáció. Transzformációk szorzatának szerkesztése.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Hasonló alakzatok.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása: a megfelelő szakaszok hosszának aránya állandó, a megfelelő szögek egyenlők, a kerület, a terület, a felszín és a térfogat változik.	
A háromszögek hasonlóságának alapesetei.	Szükséges és elégséges feltétel megkülönböztetése. Ismeretek tudatos memorizálása.	
A hasonlóság alkalmazásai. Háromszög súlyvonalai,	Új ismeretek matematikai alkalmazása.	<i>Fizika:</i> súlypont, tömegközéppont.

súlypontja, hasonló síkidomok kerületének, területének aránya.		<i>Vizuális kultúra:</i> összetett arányviszonyok érzékeltetése, formarend, az arany metszés megjelenése a természetben, alkalmazása a művészetekben.
Magasságtétel, befogótétel a derékszögű háromszögben. Két pozitív szám mértani közepe.	Ismeretek tudatos memorizálása, alkalmazása szakaszok hosszának számolásánál, szakaszok szerkesztésénél.	
A hasonlóság gyakorlati alkalmazásai. Távolság, szög, terület a tervrajzon, térképen.	Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése: geometriai modell.	<i>Földrajz:</i> térképkészítés, térképolvasás.
Hasonló testek felszínének, térfogatának aránya.	Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy test felszíne és térfogata, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.	<i>Biológia-egészségtan:</i> példák arra, amikor adott térfogathoz nagy felület (pl. fák levelei) tartozik.
Vektorok a koordináta- rendszerben. Bázisvektorok, vektorkoordináták.	Elnevezések, jelek és egyéb megállapodások megjegyzése. Emlékezés definíciókra.	<i>Fizika:</i> helymeghatározás, erővektor felbontása összetevőkre.
Szög szinusza, koszinusza, tangense és kotangense Egységkör. Nevezetes hegyesszögek szögfüggvény- értékeinek kiszámítása. Forgásszögek szögfüggvényeinek értelmezése és egyszerű alkalmazásai. Szögfüggvények közötti összefüggések. (Pitagorasz-tétel egy szög szinusza és koszinusza között. Összefüggés a szög és a mellékszöge szinusza, illetve koszinusza között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.)	Régebbi ismeretek mozgósítása, felhasználása új helyzetben. Időtől függő periodikus jelenségek. Permanencia-elv.	<i>Fizika:</i> a harmonikus rezgőmozgás, a hullámmozgás leírása.
A Pitagorasz-tétel és a hegyesszög szögfüggvényeinek	A valós problémák matematikai	<i>Fizika:</i> erővektor

alkalmazása a derékszögű háromszög hiányzó adatainak kiszámítására. Emelkedési szög, depressziószög. Távolságok és szögek számítása gyakorlati feladatokban, síkban és térben.	(geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása. A trigonometrikus azonosságok megértése, használata. Függvénytáblázat alkalmazása feladatok megoldásában.	felbontása derékszögű összetevőkre.
A háromszög területének többféle kiszámítása (oldal és hozzá tartozó magasság, két oldal és a közbezárt szög, három oldal, beírható kör sugara és a félkerület segítségével).	A mennyiség és a mérőszám kapcsolatának megértése, alkalmazása. Az újabb esetekre való alkalmazhatóság felismerése.	<i>Fizika:</i> grafikonok alatti terület a lendületváltozás, a végzett munka kiszámításakor.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Kerületi szög, középponti szög, látószög. Húrnégyszög. Hasonló. Arány. Vektor, vektorművelet, vektorkoordináták. Szinusz, koszinusz, tangens, kotangens.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret 6 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Összeszámlálási alapeladatok. Százalékszámítás.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A valószínűség fogalmának mélyítése: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Valószínűségi kísérletek, az adatok rendszerezése, a valószínűség becslése.	A rendelkezésre álló adatok alapján jóslás a bekövetkezés esélyére.	
Eseményekkel végzett műveletek. Példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre.  Elemi események. Események előállítása elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	
Véletlen esemény és	A véletlen esemény szimmetria alapján,	<i>Biológia-egészségtan:</i>



bekövetkezésének esélye, valószínűsége. A valószínűség matematikai definíciójának bemutatása példákon keresztül.	logikai úton vagy kísérleti úton megadható, megbecsülhető esélye, valószínűsége. Kísérletek, játékok csoportban.	öröklés, mutáció.
A relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolata.	A véletlen kísérletekből számított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolata.	<i>Biológia-egészségtan:</i> genetikában az egymástól függő vagy független tulajdonságok öröklődése
A valószínűség szemléletes fogalma, kiszámítása. Klasszikus valószínűségi mező.	Két állítás megítélése abból a szempontból, hogy függetlenek-e.	.
A valószínűség klasszikus modelljének előkészítése egyszerű példákon keresztül.	A modell és a valóság kapcsolata.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Véletlen (valószínűségi) kísérlet. Véletlen esemény, elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség.	

#### Továbbhaladás feltételei

- Különbséget tesz kimondott és bebizonyított összefüggések között.
- Meg tud oldani egyszerű sorbarendezési és kiválasztási feladatokat konkrét elemszám esetén.
- Tájékozott a valós számok halmazának felépítésében
- Biztonsággal alkalmazza a másodfokú egyenlet megoldóképletét.
- Ismeri két pozitív szám számtani és mértani közepének fogalmát.
- Gyakorlata van másodfokú egyenletre vezető egyszerű szöveges feladatok megoldásában.
- Alapszinten képes egyszerű négyzetgyökös egyenlet megoldására és a megoldások ellenőrzésére.
- Pontosan tudja a szögfüggvények definícióját.
- Érti a hasonlóság szemléletes tartalmát.
- Felismeri a hasonlóság lehetőségét egyszerű gyakorlati feladatokban.
- Ismeri a háromszög hasonlósági alapeseteit ismerete, és alkalmazza egyszerű esetekben.
- Ismeri a háromszög súlyvonalának és súlypontjának fogalmát.
- Ki tudja számolni hasonló síkidomok területének, hasonló testek térfogatának arányát.
- Jól alkalmazza a Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség fogalmát feladatokban.

#### 2.6. A fejlesztés várt eredményei a 10. évfolyam végére

##### *Gondolkodási és megismerési módszerek*

- Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.
- Bizonyítási módszerek ismerete, a logikai szita és skatulyaelv alkalmazása feladatmegoldás során.
- Kiválasztási és sorbarendezési feladatok megoldása szisztematikus összeszámlálással. A megoldás gondolatmenetének rögzítése írásban
- A gráfokról tanult ismereteiket alkalmazása gondolatmenet szemléltetésére, probléma megoldására.

- Értsék és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben.

### *Számelmélet, algebra*

- Biztos műveletvégzés a racionális számkörben.
- A gyökvonás fogalmának ismerete, a gyökvonás azonosságainak használata átalakítások során.
- Polinom fogalmának ismerete. Algebrai törtkifejezések átalakítása, négyzetgyökös kifejezések értelmezési tartományának meghatározása.
- Egyismeretlenes törtes egyenletek, másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek megoldási módszereinek ismerete, alkalmazása. Szöveges és gyakorlati feladatokban a helyes modell megtalálása, a felírt egyenlet, egyenletrendszer megoldása, és a kapott megoldás ellenőrzése.
- A másodfokú egyenlet diszkriminánsának vizsgálata. A gyökök és együtthatók közötti összefüggés, a gyöktényezős alak alkalmazása.
- Egyszerűsítő eljárások alkalmazása speciális magasabbfokú egyenletek megoldásánál (új ismeretlen bevezetése, szorzattá alakítás).
- Másodfokúra vezető szélsőérték-problémák megoldása teljes négyzetté alakítással.
- Egy-két négyzetre emeléssel megoldható négyzetgyökös egyenletek megoldása. Az ekvivalens egyenletmegoldási lépés felismerése. A hamis gyök felismerése, a gyökvesztés lehetőségének kizárása.
- A grafikus egyenletmegoldási módszer ismerete, és alkalmazása.
- Egyszerű trigonometrikus egyenletek  $[k \cdot f(c \cdot x) = d]$  megoldása. A megoldások számának vizsgálata.
- Az időszak végére elvárható a valós számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazása
- A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére

### *Függvények*

- A függvényfogalom mélyülése új ismeretek során. Új függvényjellemzők ismerete.
- A négyzetgyök függvény, trigonometrikus alapfüggvények ( $x \mapsto \sin x$ ;  $x \mapsto \cos x$ ;  $x \mapsto \operatorname{tg} x$ ) ábrázolása, jellemzése.
- Többlépéses függvénytranszformációk elvégzése:  $f(x) + c$ ;  $f(x + c)$ ;  $c \cdot f(x)$ ;  $|f(x)|$ ;  $f(c \cdot x)$ .
- Mindennapjainkhoz, más tantárgyakhoz kapcsolódó folyamatok elemzése a megfelelő függvény grafikonja alapján.
- A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta-rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

### *Geometria*

- Tételek ismerete, távolság és szög fogalma, mérése.
- A kör és részeinek ismerete.
- Körrel kapcsolatos tételek alkalmazása (kerületi és középponti szögek tétele, húrnégyszögek és érintőnégyyszögek tételei).
- A hasonlóság szemléletes tartalmának ismerete. A hasonlósági transzformáció ismerete. A háromszög hasonlósági alapeseteinek ismerete, alkalmazása egyszerű esetekben. A háromszög súlyvonalai, súlypontja. A háromszögekre vonatkozó arányossági tételek alkalmazása. Hasonló síkidomok területének aránya.
- Bázisvektorok, bázisrendszer fogalmának ismerete a vektor-koordináták megadásánál.

Vektor hosszának kiszámítása.

- Hegyesszögek, forgásszögek szögfüggvényeinek értelmezése, számolás szögfüggvényekkel háromszögben. A szögfüggvények ismeretének felhasználása gyakorlati problémák megoldásánál. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete.
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakítása, a jellemzők kiszámítása képlet alapján: a háromszög területének többféle kiszámítási módjának alkalmazása, sokszögek területe.
- A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődött a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diskussziós képessége.
- A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.
- A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.

*Valószínűség, statisztika*

- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának meghatározása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése; adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának értelmezése, meghatározása.
- Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata. A műveletek elvégzése az eseménytérben.
- Nagyszámú véletlen kísérlet kiértékelése, az előzetesen „jósolt” esélyek és a relatív gyakoriságok összevetése.
- A valószínűség klasszikus modelljének alkalmazása.
- A valószínűség-számítási, statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődjön. A tanulók képesek legyenek adatsokaságot jellemezni, ábráról adatsokaság jellemzőit leolvasni,
- – A szisztematikus esetszámlálással egy adott esemény bekövetkezésének esélyét tudják meghatározni.

## **2.7. A 11. évfolyam tanterve**

Évi óraszám: **108 óra – heti 3óra**

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>1. Gondolkodási és megismerési módszerek</b>	<b>Órakeret 10 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Sorbarendezési, leszámlálási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése. Szövegértés, szövegalkotás fejlesztése: állítások megfogalmazása, tagadása, megfordítása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. Binomiális együtthatók. <i>Matematikatörténet: Erdős Pál.</i>	Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Földrajz:</i> előrejelzések, tendenciák megfogalmazása  <i>Biológia-egészségtan:</i> genetika
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszám összeg és az élek száma közötti összefüggés. $n$ pontú fagráf éleinek száma <i>Matematikatörténet: Euler.</i>	Modell alkotása valós problémához: gráfmodell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.	
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül. A tanult gráfelméleti fogalmak: pont, él, út, vonal, kör, egyszerű gráf, teljes gráf, összefüggő gráf, fagráf. Fokszámösszeg és az élek száma közötti összefüggés.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számтан, algebra	Órakeret 29 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Négyzetgyök fogalma, azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma. Ívmérték. Egységkör, forgásszögek szögfüggvényei. Trigonometrikus függvények.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. 6 A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése, a permanencia-elv felhasználása. Függvénytulajdonság alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás).	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
$n$ -edik gyök fogalma, azonosságai. A négyzetgyök fogalmának általánosítása.	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.	
Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A	

	hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanenciaelv alkalmazása.	
A racionális kitevőjű hatvány és az $n$ -edik gyök kapcsolata.	Ismeretek mozgósítása. Régi és új ismeretek összekapcsolása.	
Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> kamatszámítás, hitelfelvétel, törlesztőrészlet-számítás.
A definíciók és a hatványozás azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletek.	Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenltre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák – demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás.
A logaritmus értelmezése. <i>Matematikatörténet:</i> a logaritmus fogalmának kialakulása, változása.	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszenyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Fizika:</i> Kepler-törvények.
Zsebszámológép használata, táblázat használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.
A logaritmus azonosságai.	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.	
A definíciók és a logaritmus azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható logaritmusos egyenletek.	Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenltre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	<i>Életvitel és gyakorlat:</i> zajszenyezés.  <i>Kémia:</i> pH-számítás.  <i>Biológia-egészségtan:</i> érzékelés, az inger és

		az érzet.
Trigonometrikus egyenletre vezető háromszöggel kapcsolatos valós problémák. A tanult azonosságok alkalmazását igénylő trigonometrikus egyenlet.	Egységkör, illetve trigonometrikus függvény grafikonjának felhasználása az egyenlet megoldásához. Az egyenletek megoldásának megadása a valós számkörben. Az összes megoldás megkeresése. Időtől függő periodikus jelenségek vizsgálata.	<i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	n-edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 15 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Ismerethordozók használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A trigonometrikus függvények és transzformációi: $f(x)+c$ , $f(x+c)$ ; $cf(x)$ ; $f(cx)$ .	Időtől függő periodikus jelenségek kezelése. Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint.	<i>Fizika:</i> periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram. <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Az exponenciális függvények.	Permanenciaelv alkalmazása.	
Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.	Modellek alkotása (függvény modell): a lineáris és az exponenciális növekedés/csökkenés matematikai modelljének összetevése konkrét, valós problémákban (például: népesség,	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz:</i> a társadalmi-gazdasági tér szerveződése és folyamatai. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek;</i>

	energiafelhasználás, járványok stb.).	<i>földrajz:</i> globális kérdések: - erőforrások kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességsökkenés az öregedő Európában.
A logaritmusfüggvények vizsgálata. Logaritmus alapfüggvények grafikonja, jellemzésük.		
A logaritmusfüggvény mint az exponenciális függvény inverze. Függvénynek és inverzének a grafikonja a koordináta-rendszerben.		<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Szinuszfüggvény, koszinuszfüggvény, tangensfüggvény. Exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. Exponenciális folyamat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 32 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek kiszámítása a szögfüggvények segítségével. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Szinusztétel, koszinusztétel.	Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel).	<i>Fizika:</i> vektor felbontása adott állású összetevőkre. <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.
Két vektor skaláris szorzata. A	A művelet újszerűségének	<i>Fizika:</i> mechanikai munka,

skaláris szorzat tulajdonságai. Két vektor merőlegességének szükséges és elégséges feltétele.	felfedezése. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése, megkülönböztetése.	mágneses fluxus.
Helyvektor. <i>Matematikatörténet:</i> a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n-esig.	Emlékezés: jelek, jelölések, megállapodások.	<i>Fizika:</i> vonatkoztatási rendszer, hely megadása.
Műveletek koordinátáikkal adott vektorokkal. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.	A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése.	<i>Fizika:</i> erők összeadása komponensek segítségével, háromdimenziós képalkotás (hologram).
A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	<i>Fizika:</i> hely megadása.
Két pont távolsága, a szakasz hossza.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	
A kör egyenlete.	Geometria és algebra összekapcsolása.	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Íránytangens és az egyenes meredeksége.		<i>Fizika:</i> út-idő grafikon és a sebesség kapcsolata.
A merőlegesség megfogalmazása skaláris szorzattal.	Geometriai ismeretek felelevenítése, megfogalmazása algebrai alakban.	
Az egyenes egyenlete. Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének feltétele.	Az egyenest jellemző adatok, a köztük felfedezhető összefüggések értése, használata.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Két egyenes metszéspontja. Kör és egyenes kölcsönös	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn



helyzete.	mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	(geometriai szerkesztőprogram).
A kör adott pontjában húzott érintője.	A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása.	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
A koordinátageometriai ismeretek alkalmazása egyszerű síkgeometriai feladatok megoldásában.	Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Geometriai problémák számítógépes megjelenítése.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram használata). <i>Fizika:</i> égitestek pályája.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Valós szám szinusz, koszinusz, tangens. Bázisrendszer, helyvektor. Skaláris szorzat. Ponthalmaz egyenlete; kétismeretlenes egyenletnek megfelelő ponthalmaz.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret 12 óra
<b>Előzetes tudás</b>	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Ismétlés, rendszerezés: eseményekkel végzett műveletek; példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre; elemi események. Események előállítása elemi események összegeként.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	<i>Informatika:</i> folyamatok, kapcsolatok leírása logikai áramkörökkel.

Példák független és nem független eseményekre.		
A valószínűség klasszikus modellje. <i>Matematikatörténet: Rényi: Levelek a valószínűségről.</i>	A modell és a valóság kapcsolata.	
Egyszerű valószínűség-számítási problémák.	Ismeretek mozgósítása, tanult kombinatorikai módszerek alkalmazása.	<i>Fizika: az űrkutatás hatása mindennapjainkra, a találkozás valószínűsége.</i>
Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevéses mintavétel esetén, a binomiális eloszlás. Visszatevés nélküli mintavétel.	Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényege.	<i>Informatika: tantárgyi szimulációs programok használata (binomiális eloszlás).</i>
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Valószínűség matematikai fogalma. Klasszikus valószínűség-számítási modell.	

### Továbbhaladás feltételei

- Képes egyszerű kombinatorikai feladatok megoldására.
- Ismeri a gráf szemléletes fogalmát, képes egyszerű alkalmazásokra.
- Biztonsággal alkalmazza a hatványozás azonosságait egész kitevő esetén.
- Ismeri a logaritmus fogalmát, jól alkalmazza az azonosságokat egyszerűbb esetekben.
- Képes megoldani egyszerű exponenciális, logaritmosus és trigonometrikus egyenleteket.
- Tájékozott az alapfüggvények grafikonjait és legfontosabb tulajdonságait (értelmezési-tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték) illetően.
- Ismeri és alkalmazza a vektorműveleteket (összeadás, kivonás, skalárral való szorzás).
- Alkalmazza a szinusztételt és a koszinusztételt a háromszög hiányzó adatainak meghatározására.
- Képes vektorok koordinátaival számolni.
- Ki tudja számolni szakasz felezőpontjának koordinátáit.
- Fel tudja írni a kör középponti egyenletét.
- Ismeri és alkalmazza az egyenes (egy szabadon választott) egyenletét.
- Meg tudja határozni két egyenes metszéspontjának koordinátáit.
- Tudja vizsgálni kör és egyenes kölcsönös helyzetét.
- Képes valószínűségi feladatok megoldására.
- Ismeri és megfelelően alkalmazza a binomiális elosztást.
- Ismeri a mértani és számtani sorozat és a mértani sor tulajdonságait.
- Ismeri a sorozatokkal kapcsolatos jellemző fogalmakat.

## 2.8. A 12. évfolyam tanterve

Évi óraszám: 128 óra – heti 4 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 12 óra
Előzetes tudás	Az „és”, „vagy”, „nem”, „ha ..., akkor”, „akkor és csak akkor” szemléletes jelentése.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A logikai műveletek megfelelő használata a hétköznapi életben és a matematikában.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Kijelentés fogalma, műveletek kijelentésekkel: konjunkció, diszjunkció, negáció, implikáció, ekvivalencia. Logikai műveletek igazságtáblázatai, egyszerű azonosságok.	Az ismeretek rendszerezése: a matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása (halmazok – kijelentések Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztásának jelentősége a matematikában.– események).	<i>Fizika:</i> logikai áramkörök, kapcsolási rajzok
A logikai műveletek változatos alkalmazásai feladatokban.		
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Logikai művelet. Igazságtáblázat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számтан, algebra	Órakeret 0 óra
Előzetes tudás	Hatványozás azonosságai. Logaritmus. Egyenlet, egyenletrendszer megoldási módszerek (elsőfokú, másodfokú, exponenciális és logaritmikus)	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<b>Lásd a sorozatoknál és a rendszerező összefoglalásnál</b>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Sorozat vizsgálata; rekurzió, képletek értelmezése. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Ismerethordozók használata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A számsorozat fogalma. A függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza. <i>Matematikatörténet: Fibonacci.</i>	Sorozat megadása rekurzióval és képlettel.	<i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése.
Számtani sorozat, az n. tag, az első n tag összege. <i>Matematikatörténet: Gauss.</i>	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.	
Mértani sorozat, az n. tag, az első n tag összege.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat, mint lineáris függvény és a mértani sorozat, mint exponenciális függvény összehasonlítása.	<i>Fizika; kémia, biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> exponenciális folyamatok vizsgálata.
Kamatoskamat-számítás.	Modellek alkotása: befektetés és hitel; különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Az egyéni döntés felelőssége: az eladósodás veszélye. Korábbi ismeretek mozgósítása (pl. százalékszámítás). A szövegbe többszörösen mélyen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk és kategóriák azonosítása.	<i>Földrajz:</i> a világgazdaság szerveződése és működése, a pénzügyi világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások. <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Számsorozat. Rekurzió. Számtani sorozat, mértani sorozat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 34 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép)	

	használata.
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása.

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Síkidomok kerületének és területének számítása.	Ismeretek alkalmazása.	<i>Földrajz</i> : felszínszámítás.
Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek) Kúpszerű testek (gúla és kúpok) Csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.	A problémához illeszkedő vázlatos ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengersizű, kúpszerű testek, poliéderek).	<i>Informatika</i> : tantárgyi szimulációs programok használata (térgometria szimulációs program).  <i>Kémia</i> : kristályok.
A tanult testek felszínének, térfogatának kiszámítása. Gyakorlati feladatok. <i>Matematikatörténet</i> : Arkhimédész, Cavalieri	A valós problémákhoz modell alkotása: geometriai modell. Ismeretek megfelelő csoportosítása.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat</i> : térfogat- és felszínszámítás.
Hasonló testek felszínének és térfogatának aránya. Középpontosan hasonló testek.	A hasonlósági transzformációk felelevenítése. Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy test felszíne és térfogata, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.	<i>Informatika</i> : tantárgyi szimulációs programok használata (térgometria szimulációs program).
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Terület, felszín, térfogat.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret 10 óra
<b>Előzetes tudás</b>	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A valószínűség klasszikus modellje.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Statisztikai mérőszámok. Következtetések a statisztikai mutatók alapján. A valószínűség geometriai modellje.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
-----------	---------------------------	---------------------

Egyszerű példák a valószínűség kiszámításának geometriai modelljére.	Modellalkotás; megfelelő valószínűségi modell hétköznapi problémákra, jelenségekre.	
Adathalmazok jellemzői: középértékek (átlag, medián, módusz), szóródási mutatók (terjedelem, átlagos abszolút eltérés, szórás). Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal, osztályba sorolás manipulációs lehetőségek	A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése. Közvélemény-kutatás, minőség-ellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.	
Statisztikai mintavétel, reprezentatív mintavétel.	Matematikai módszerek és eszközök megismerésének igénye.	<i>Földrajz: statisztikai évkönyv.</i>  <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: választások.</i>
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Reprezentatív mintavétel. Szórás.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>Rendszerező összefoglalás</b>	<b>Órakeret 52 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	A középiskolai matematika anyaga.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i>		
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).	
Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.	<i>Filozófia: logika - a következetes és rendezett</i>

		<p>gondolkodás elmélete, a logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez.</p> <p><i>Informatika:</i> Egy bizonyos, nemrég történt esemény információinak begyűjtése több párhuzamos forrásból, ezek összehasonlítása, elemzése, az igazságtartalom keresése, a manipulált információ felfedése.</p> <p>Navigációs eszközök használata: hierarchizált és legördülő menük használata.</p>
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközjellegű használata.	
Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.	
Bizonyítási módszerek.	Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Néhány tipikusan hibás következtetés bemutatása, elemzése.	<i>Filozófia:</i> szillogizmusok.
Kombinatorika: leszámlálási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.	Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.	
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok. (valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel.)	Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései:	

*Számтан, algebra*

Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat: alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek.</i>
Számelméleti ismeretek, számrendszerek.	Feladatmegoldó rutin továbbfejlesztése.	
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.	Az azonosságok szerepének ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: képletek használata</i>
Egyenletek és egyenlőtlenségek.	Megoldások az alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz megfelelő kezelésével. Feladatmegoldó rutin továbbfejlesztése	
Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Az önellenőrzésre való képesség. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.	
Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Egyszerű exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek.	Tanult egyenlet típusok és egyenlőtlenség típusok önálló megoldása.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>
Elsőfokú és egyszerű másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.	
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés.	



<i>Összefüggések, függvények, sorozatok</i>		
A függvény megadása. A függvények tulajdonságai. (Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak)	Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Alkalmazása konkrét feladatokban.	
A tanult alapfüggvények ismerete. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).	
Függvénytranszformációk: $f(x)+c$ , $f(x+c)$ ; $cf(x)$ ; $f(cx)$ . Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.	<i>Fizika, kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>
Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.	Emlékezés, ismeretek mozgósítása.	
Függvények segítségével megoldható gyakorlati, szöveges feladatok	Függvények használata valós folyamatok elemzésében. Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.	
Számtani sorozat, mértani sorozat, kamatos kamatszámítás.	Felismerés, alkalmazás.	
<i>Geometria</i>		
Geometriai alapfogalmak, ponthalmazok.		
Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.	
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.		
Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.	
Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés. A problémának megfelelő összefüggések felismerése,	

háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.	alkalmazása.  Fogalmak és tételek pontos ismerete.	
Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés.	
Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Számítási feladatok.	Felismerés, alkalmazás  Fogalmak és tételek pontos ismerete.	
Szögfüggvények alkalmazása háromszögekben. Forgásszögek.		
Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer.		
Vektorok alkalmazásai.		
Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Két alakzat közös pontja.	Geometria és algebra összekapcsolása.	
Kerületszámítás, területszámítás.		
A tanult térbeli alakzatok áttekintése. Felszín- és térfogatszámítás.	A tanult ismeretek rendszerezése.	
<b>Valószínűség-számítás, statisztika</b>		
Diagramok. Statisztikai mutatók: középértékek és szóródási mutatók	Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentőségének megértése.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a tartalom értékelése hihetőség szempontjából; a szöveg hitelességével kapcsolatos tartalmi elemek magyarázata; a kétértelmű, többjelentésű tartalmi elemek feloldása; egy következtetés alapját

		jelentő tartalmi elem felismerése; az olvasó előismereteire alapozó figyelemfelhívó jellegű címadás felismerése.
Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei.	A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat; biológia-egészségtan:</i> szenvedélybetegségek és rizikófaktor.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Térelem, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.	

### Továbbhaladás feltételei

- Ismeri és alkalmazza a tanult halmazműveleteket.
- Képes adott véges halmazok esetén kiszámítani a számosságokat.
- Tud egyszerű (matematikai) szövegeket értelmezni.
- Megfelelően alkalmazza az ítélet fogalmát.
- Egyszerű feladatokban alkalmazza a negáció, konjunkció, diszjunkció műveletét, és ezt össze tudja kapcsolni a halmazműveletekkel.
- Különbséget tud tenni definíció és tétel között.
- Használja és alkalmazza feladatokban a szükséges, az elégséges és a szükséges és elégséges feltételt.
- Tud kombinatorikai feladatokat megoldani.
- Tud konkrét szituációkat szemléltetni gráfok segítségével.
- Tud prímtenyezős felbontás és a tanult oszthatósági szabályok alkalmazásával egyszerű feladatokat megoldani.
- Ismeri a való számkör felépítését.
- Ismeri és használja a hatványozás azonosságait.
- Ismeri és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát és azonosságait.
- Tud algebrai kifejezésekkel műveleteket végezni.
- Felismeri az egyenes és fordított arányosságot, jól alkalmazza a százalékszámítást.
- Algebrai és grafikus módon is tud első- és másodfokú egyenleteket, egyenlőtlenségeket, valamint elsőfokú egyenletrendszereket megoldani.
- Képes nagyon egyszerű abszolút értékes, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenleteket megoldani.
- Tud értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni és adatokat leolvasni a grafikonról.
- Képes jellemezni grafikkal megadott függvényeket.
- Ki tudja számítani számtani, illetve mértani sorozat tagjait és részletösszegeit.
- Ismeri a sorozatok alapvető jellemzőit
- Helyesen alkalmazza feladatokban a térelemek távolságára és szögére vonatkozó definíciókat.
- Felismeri és használja feladatokban a különböző alakzatok szimmetriáit.

- Ismeri a háromszög oldalai és szögei közötti összefüggéseit, a háromszög nevezetes vonalait és pontjait.
- Képes alkalmazni a Thalész- és a Pitagorasz-tételt.
- Ismeri a négyszögek fajtáit és tulajdonságait.
- Helyesen alkalmazza a tanult kerület-, terület-, felszín- és térfogat-számítási képleteket, módszereket feladatokban.
- Képes háromszögek hiányzó adatainak kiszámítására szögfüggvények, illetve szinusz- és koszinusztétel segítségével.
- Érti a vektor koordinátáinak fogalmát.
- Jól tudja különböző adatokból az egyenes és a kör egyenletét felírni.
- Képes egyenesek metszéspontját kiszámolni.
- Képes statisztikai adatokat rendezni, grafikonon ábrázolni, adott diagramról információt kiolvasni.
- Meg tudja határozni konkrét adatsokaság móduszát, mediánját, aritmetikai átlagát.
- Képes adathalmazokat összehasonlítani statisztikai mutatók segítségével.
- Feladatokban jól alkalmazza a klasszikus valószínűség-számítási modellt.

## **2.9. A fejlesztés várt eredményei a 12. évfolyam végére**

### *Gondolkodási és megismerési módszerek*

- Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése.
- Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben.
- Szövegértés: a szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából.
- A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.
- A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása. Feladatok megoldása rendszerezett összeszámlálással, ill. a tanult ismeretek segítségével
- A gráfok eszköz jellegű használata problémamegoldásában.

### *Számтан, algebra*

- A kiterjesztett hatványfogalom ismerete.
- A logaritmus fogalmának ismerete.
- A gyökvonás, a hatványozás és a logaritmus azonosságainak célszerű alkalmazása konkrét esetekben
- Exponenciális és logaritmusos egyenletek alkotása szöveg alapján, az egyenletek megoldása, önálló ellenőrzése.
- A számológép biztos és értelmes használata.
- Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása.
- A mindennapok gyakorlatában szereplő feladatok megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával.

### *Összefüggések, függvények, sorozatok*

- Exponenciális-, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése.
- Függvény-transzformációk végrehajtása.
- Exponenciális folyamatok matematikai modellje.
- A számtani és a mértani sorozat összefüggéseinek ismerete, gyakorlati alkalmazások.
- Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése.
- A hitelfelvétel kockázata, előnyei, hátrányai.
- Az új függvények ismerete és jellemzése során legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról.

### *Geometria*

- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete, alkalmazása
- Két vektor skaláris szorzatának ismerete, alkalmazása.
- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása.
- Valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
- A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban..
- A geometriai és algebrai ismeretek között összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.
- Térbeli viszonyok, testek felismerése, geometriai modell készítése.
- Hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.
- A tanulók alkalmazzák számolási, gyakorlati feladatokban a háromszögekre vonatkozó általános tételeket.

### *Valószínűség, statisztika*

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A valószínűség matematikai fogalmának, klasszikus kiszámítási módjának ismerete, alkalmazása.
- Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.
- A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni.
- Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.

### *A fejlesztés várt eredményei összességében:*

- A matematikai tanulmányok végére a matematika tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.
- Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.
- Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni.
- Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.
- Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.
- A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.
- A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.
- A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.
- A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek alapvető matematika kultúrtörténeti ismeretekkel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálatásuk a magyar matematikusok eredményeire.

### 3. AZ EMELTSZINTŰ ÉRETTSÉGI FELKÉSZÍTŐ CSOPORT TANTERVE

A 11. és a 12. évfolyamon a fenti kerettantervi tananyagok mellé a kerettantervi óraszámhoz képesti 2-2 óránövekménybe a hatályos érettségi vizsgaszabályzatban szereplő emelt szintű tananyagrészek kerültek beépítésre.

*Az egyes témakörök óraszámai (bár a kapcsolatok miatt a témakörök között van átfedés)*

	óraszámok	óraszámok
	5 óra/hét	6 óra/hét
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	15	7
2. Számтан, algebra	50	-
3. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei	40	70
4. Geometria	40	34
5. Valószínűség, statisztika	17	15
Ismétlés, ellenőrzés	18	64
összesen	180 óra	192 óra

#### 3.1. A 11. évfolyam tanterve

Évi óraszám: 180 óra – heti 3+2óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 15 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Sorbarendezi, leszámllási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, elmélyítése.. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése. Szövegértés, szövegalkotás fejlesztése: állítások megfogalmazása, tagadása, megfordítása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Számhalmazok. Számhalmazok bővítésének szükségessége a természetes számoktól a komplex számokig.		<i>Filozófia:</i> Gondolati rendszerek felépítése.  Bizonyíthatóság.

<p>Algebrai számok, transzcendens számok.</p> <p>Halmazok számossága. Halmazok ekvivalenciája. Végtelen és véges halmazok.</p> <p>Megszámlálható és nem megszámlálható halmazok.</p> <p>Kontinuum-sejtés.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Cantor, Hilbert, Gödel.</p>		
<p>Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban.</p> <p>Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. Binomiális együtthatók. Binomiális tétel</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Erdős Pál.</p>	<p>Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell.</p> <p>Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.</p> <p>A binomiális tétel szerepének megmutatása különböző alkalmazásokban.</p>	<p><i>Földrajz:</i> előrejelzések, tendenciák megfogalmazása</p> <p><i>Biológia-egészségtan:</i> genetika</p>
<p>Gráfelméleti alapfogalmak: csúc, él, fokszám, egyszerű gráf, összefüggő gráf, komplementer gráf, fagraf, kör, teljes gráf és alkalmazásuk. Fokszám összeg és az élek száma közötti összefüggés. <math>n</math> pontú fagraf éleinek száma Euler-vonal, Hamilton-kör.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Euler.</p>	<p>Modell alkotása valós problémához: gráfmodell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.</p>	
<p>A matematika felépítése. Fogalmak, alapfogalmak, axiómák, tételek, sejtések. Műveletek a matematikában. Műveleti tulajdonságok. Relációk a matematikában és a mindennapi életben. Relációtulajdonságok. Bizonyítási módszerek</p>	<p>A már tanult ismeretekkel a felépítés bemutatása, az ismeretek rendezése.</p> <p>A teljes indukció lényegének megértése, alkalmazása</p>	<p><i>Filozófia:</i> Gondolati rendszerek felépítése. Állítások igazolásának szükségessége.</p>

áttekintése. Direkt, indirekt bizonyítás, logikai szita formula, skatulya elv, teljes indukció. Tételek megfordítása.		
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül. A tanult gráfelméleti fogalmak: pont, él, út, vonal, kör, egyszerű gráf, teljes gráf, összefüggő gráf, fagráf . Fokszámösszeg és az élek száma közötti összefüggés.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számтан, algebra	Órakeret 50 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Négyzetgyök fogalma, azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma. Ívmérték. Egységkör, forgásszögek szögfüggvényei. Trigonometrikus függvények.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. 6 A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése, a permanencia-elv felhasználása . Függvénytulajdonság alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás).	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Két- és háromismeretlenes lineáris egyenletrendszerek. Kétismeretlenes lineáris paraméteres egyenletrendszer.	Új módszerek megismerése. A megoldások számának vizsgálata.	
Másodfokú egyenletrendszerek.		
Egyenletmegoldás különböző módszerek segítségével (értelmezési tartomány, értékkészlet-vizsgálat, monotonitás ...).	A tanult módszerek együttes alkalmazása összetett feladatoknál.	



Hatványazonosságok igazolása. Az $a^n - b^n$ , illetve az $a^{2k+1} + b^{2k+1}$ kifejezések szorzattá alakítása.	Azonosságok felhasználása összetett oszthatósági feladatok megoldásában.	
Polinomok osztása. Oszthatósági feladatok.	Polinomok osztása algoritmusának ismerete.  A tanult ismeretek felidézése és alkalmazása új problémamegoldási szituációban.	
Nevezetes közepek és közöttük lévő relációk ismerete $n$ elem esetén.	A megismert összefüggések alkalmazása egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok megoldásában.  Számítani és mértani közép közötti összefüggés igazolása két pozitív szám esetén.	
$n$ -edik gyök fogalma, azonosságai. A négyzetgyök fogalmának általánosítása.	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.	
Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanenciaelv alkalmazása.	<i>Fizika:</i> radioaktivitás
A racionális kitevőjű hatvány és az $n$ -edik gyök kapcsolata.	Ismeretek mozgósítása. Régi és új ismeretek összekapcsolása.	
Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> kamatszámítás, hitelfelvétel, törlesztőrészlet-számítás.
Irracionális szám kétoldali közelítése racionális számokkal. A hatványfogalom kiterjesztése irracionális kitevőre.	A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanenciaelv alkalmazása.	

<p>A definíciók és a hatványozás azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletek.</p> <p>Exponenciális egyenletre vezető valós problémák megoldása</p>	<p>Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).</p>	<p><i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás.</p> <p><i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák – demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás.</p>
<p>A logaritmus értelmezése.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i></p> <p>a logaritmus fogalmának kialakulása, változása.</p>	<p>Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma).</p> <p>Ismeretek tudatos memorizálása.</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszenyezés.</p> <p><i>Kémia:</i> pH-számítás.</p> <p><i>Fizika:</i> Kepler-törvények.</p>
<p>Zsebszámológép használata, táblázat használata.</p>	<p>Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.</p>	<p><i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.</p>
<p>A logaritmus azonosságai.</p> <p>(Szorzat, hányados, hatvány logaritmus, áttérés más alapú logaritmusra) Az értelmezési tartomány változásának vizsgálata az azonosságok kétirányú alkalmazásánál</p>	<p>A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.</p>	
<p>A logaritmus azonosságainak alkalmazása kifejezések számértékének meghatározására, kifejezések átalakítására.</p> <p>A definíciók és a logaritmus azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható</p>	<p>Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).</p>	<p><i>Életvitel és gyakorlat:</i> zajszenyezés.</p> <p><i>Kémia:</i> pH-számítás.</p>

<p>logaritmosos egyenletek, egyenlőtlenségek.</p> <p>.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Napier, Kepler. A logaritmus fogalmának kialakulása, változása. Logaritmustáblázat</p>	<p>Értelmezési tartomány vizsgálatának fokozott szükségessége logaritmosos egyenleteknél</p> <p>Egyenletek ekvivalenciájával kapcsolatos ismeretek összegzése</p>	<p><i>Biológia-egészségtan:</i> érzékelés, az inger és az érzet.</p>
<p>Trigonometrikus egyenletre vezető háromszöggel kapcsolatos valós problémák.</p> <p>A tanult azonosságok alkalmazását igénylő trigonometrikus egyenlet.</p>	<p>Egységkör, illetve trigonometrikus függvény grafikonjának felhasználása az egyenlet megoldásához.</p> <p>Az egyenletek megoldásának megadása a valós számkörben.</p> <p>Az összes megoldás megkeresése.</p> <p>Időtől függő periodikus jelenségek vizsgálata.</p>	<p><i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.</p>
<p>Szögfüggvények közötti összefüggések.</p> <p>Addíciós tételek:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– két szög összegének és különbségének szögfüggvényei,</li> <li>– egy szög kétszeresének szögfüggvényei,</li> <li>– félszögek szögfüggvényei,</li> <li>– két szög összegének és különbségének szorzattá alakítása.</li> </ul> <p>Trigonometrikus kifejezések értékének meghatározása.</p> <p>Háromszögekre vonatkozó feladatok addíciós tételekkel.</p> <p>Tangenstétel.</p>	<p>A trigonometrikus azonosságok használata, több lehetőség közül a legalkalmasabb összefüggés megtalálása</p> <p>Bizonyítási igény fejlesztése.</p>	
<p>Trigonometrikus egyenletek.</p> <p>Az összes megoldás megkeresése.</p>	<p>Algebrai és függvénytani ismeretek összekapcsolása</p>	<p><i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez,</p>

<p>Hamis gyökök elkerülése.</p> <p>Trigonometrikus egyenlőtlenségek.</p> <p>Grafikus megoldás vagy egységkör alkalmazása.</p> <p>Időtől függő periodikus jelenségek vizsgálata.</p> <p>Trigonometrikus kifejezések szélsőértékének keresése.</p>	<p>Egyenlet megoldási módszerek új elemeinek beépítése.</p>	<p>gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása</p>
<p><b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b></p>	<p>n-edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus. Trigonometrikus azonosság, egyenlet</p>	

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>3. Összefüggések, függvények, sorozatok</p>	<p>Órakeret 40 óra</p>
<p><b>Előzetes tudás</b></p>	<p>Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése.</p>	
<p><b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b></p>	<p>A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Ismerethordozók használata.</p>	

<p>Ismeretek</p>	<p>Fejlesztési követelmények</p>	<p>Kapcsolódási pontok</p>
<p>Forgásszög, egységvektor, vektorkoordináták. A szögfüggvények általános értelmezése.</p> <p>A szögfüggvények előjele a különböző sík negyedekben. A trigonometrikus függvények transzformációi: <math>f(x)+c</math>, <math>f(x+c)</math>; <math>cf(x)</math>; <math>f(cx)</math>. függvényvizsgálat.</p>	<p>Meglévő ismeretek rendezése és kiegészítése</p> <p>Időtől függő periodikus jelenségek kezelése.</p> <p>Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint.</p>	<p><i>Fizika:</i> periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram.</p> <p><i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.</p> <p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.</p>

Hatványfüggvények. Függvényábrázolás, függvényjellemezés, függvénytranszformációk.		
Az exponenciális függvények.	Permanenciaelv alkalmazása.	
Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.	Modellek alkotása (függvény modell): a lineáris és az exponenciális növekedés/csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség, energiafelhasználás, járványok stb.).	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás.  <i>Földrajz:</i> a társadalmi-gazdasági tér szerveződése és folyamatai.  <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek;</i> <i>földrajz:</i> globális kérdések: - erőforrások kimerülése, fenntarthatóság, demográfiai robbanás a harmadik világban, népességcsökkenés az öregedő Európában.
A logaritmusfüggvények vizsgálata. Logaritmus alapfüggvények grafikonja, jellemzésük.		
A logaritmusfüggvény mint az exponenciális függvény inverze. Függvénynek és inverzének a grafikonja a koordináta-rendszerben.		<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás.
A sorozat fogalma, megadása, ábrázolása.  Sorozat megadása rekurzióval – Fibonacci-sorozat.  Rekurzív sorozat $n$ -edik elemének megadása.  <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.	Korábbi ismeretek rendszerező ismétlése	<i>Informatika:</i> algoritmusok.

<p>Számtani sorozat.</p> <p>A számtani sorozat <math>n</math>-edik tagja.</p> <p>A számtani sorozat első <math>n</math> tagjának összege.</p> <p><i>Matematikatörténet: Gauss.</i></p> <p>Mértani sorozat.</p> <p>A mértani sorozat <math>n</math>-edik tagja.</p> <p>A mértani sorozat első <math>n</math> tagjának összege.</p> <p>Számítási feladatok számtani és a mértani sorozatokra.</p> <p>Véges sorok összegzése.</p> <p>Számtani és mértani sorozatból előállított szorzatok összegzése.</p> <p>Teleszkópos összegek.</p> <p><i>Matematikatörténet: Fibonacci.</i></p>	<p>. A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata</p> <p>problémamegoldás során</p> <p>A számtani sorozat, mint lineáris és a mértani sorozat, mint exponenciális függvény összehasonlítása.</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: lineáris és exponenciális folyamatok.</i></p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat: hitel – adósság – eladósodás</i></p>
<p>Sorozatok konvergenciája.</p> <p>A határérték szemléletes és pontos definíciói.</p> <p>Műveletek konvergens sorozatokkal.</p> <p>Konvergens és divergens sorozatok.</p> <p>Az <math>\sqrt[n]{a}</math>, <math>\sqrt[n]{n}</math>, <math>\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n</math> sorozatok.</p> <p>Konvergens sorozatok tulajdonságai.</p> <p>Torlódási pont.</p> <p>Konvergens sorozatnak egy</p>	<p>Sorozatok tulajdonságainak megállapítása alkalmas tételek felhasználásával.</p> <p>Szükséges és elégséges feltétel felismerés</p> <p>Sorozatok összegének, különbségének, szorzatának, hányadosának konvergenciája és határértéke – bizonyítás, meghatározás.e.</p>	

<p>határértéke van.</p> <p>Minden konvergens sorozat korlátos.</p> <p>Monoton és korlátos sorozat konvergens.</p> <p>Konvergens sorozatokra vonatkozó egyenlőtlenségek. Rendőrelv.</p>		
<p>Végtelen sorok.</p> <p>Végtelenen sor konvergenciája, összege.</p> <p>Végtelen mértani sor.</p> <p>Szakaszos végtelen tizedes tört átváltása.</p> <p>További példák konvergens sorokra.</p> <p>Teleszkópos összegek.</p> <p>Négyzetszámok reciprokainak összege.</p> <p>Példák nem konvergens sorokra.</p> <p>Harmonikus sor.</p> <p>Feltételesen konvergens sorok.</p>		
<p>Függvények folytonossága az értelmezési tartomány egy pontjában, egy intervallumon, illetve az értelmezési tartományának minden pontjában</p>	<p>Függvények folytonosságának megállapítása a grafikonjuk segítségével, szemléletesen</p>	
<p>Függvények</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– véges helyen vett véges;</li> <li>– véges helyen vett végtelen;</li> <li>– végtelenben vett véges;</li> <li>– végtelenben vett végtelen</li> </ul>	<p>A függvények határértékének szemléletes fogalma, pontos definíciói.</p> <p>A határérték és a folytonosság kapcsolatának megértése.</p>	

határértéke.  A $\frac{\sin x}{x}$ függvény határértéke a nulla pontban.		
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Szinuszfüggvény, koszinuszfüggvény, tangensfüggvény. Exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. Exponenciális folyamat. sorozat, monotonon, korlátos, határérték	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret 40 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes ponthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek kiszámítása a szögfüggvények segítségével. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A vektorokról tanultak rendszerező ismétlése: <ul style="list-style-type: none"> <li>– a vektor fogalma,</li> <li>– vektorműveletek,</li> <li>– vektorfelbontás.</li> </ul> A vektorok koordinátaival végzett műveletek és tulajdonságaik.  A vektor 90°-os elforgatottjának koordinátái.	Rajzolt és tárgyi jelek értelmezése. Ugyanazon probléma többféle megoldási vetületének meglátása. Átkódolás különböző modellek között	



<p>Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. Két vektor merőlegességének szükséges és elégséges feltétele A skaláris szorzás alkalmazása számítási és bizonyítási feladatokban.</p> <p>Vektorok vektoriális szorzata.</p> <p>Szemléletes kép, bizonyítások nélkül</p>	<p>A művelet újszerűségének felfedezése.</p> <p>A szükséges és az elégséges feltétel felismerése, megkülönböztetése.</p>	<p><i>Fizika:</i> mechanikai munka, Lorenz erő</p>
<p>Színusztétel, koszinusztétel. A tételek pontos kimondása, bizonyítása.</p> <p>Kapcsolat a Pitagorasz-tétellel.</p> <p>Szög, távolság, terület meghatározása gyakorlati problémákban is.</p>	<p>Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel).</p>	<p><i>Fizika:</i> vektor felbontása adott állású összetevőkre.</p> <p><i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.</p>
<p>Helyvektor.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n-esig.</p>	<p>Emlékezés: jelek, jelölések, megállapodások.</p>	<p><i>Fizika:</i> vonatkoztatási rendszer, hely megadása.</p>
<p>Műveletek koordinátaikkal adott vektorokkal. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.</p>	<p>A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése.</p>	<p><i>Fizika:</i> erők összeadása komponensek segítségével, háromdimenziós képalkotás (hologram).</p>
<p>A helyvektor koordinátái.</p> <p>Szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái.</p>	<p>Képletek értelmezése, alkalmazása.</p>	<p><i>Fizika:</i> hely megadása.</p>
<p>Két pont távolsága, a szakasz hossza.</p>	<p>Képletek értelmezése, alkalmazása.</p>	

A kör egyenlete.	Geometria és algebra összekapcsolása.	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
Iránytangens és az egyenes meredeksége.	Függvények és a koordináta-geometria kapcsolata	<i>Fizika:</i> út-idő grafikon és a sebesség kapcsolata.
A merőlegesség megfogalmazása skaláris szorzattal.	Geometriai ismeretek felelevenítése, megfogalmazása algebrai alakban.	
Az egyenes egyenlete. Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének feltétele.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értése, használata.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Két egyenes metszéspontja. Két egyenes szöge. (Skaláris szorzat használata.) Kör és egyenes kölcsönös helyzete.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
A kör érintőjének egyenlete. Két kör közös pontjainak meghatározása.	A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása. Másodfokú, kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.  A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió.	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).
A parabola tengelyponti egyenlete.  A parabola pontjainak	A parabola és a másodfokú függvény.	<i>Fizika:</i> geometriai optika, fényszóró, visszapillantó tükör

<p>tulajdonsága: fókuszpont, vezéregyenes.</p> <p>A parabola és az egyenes kölcsönös helyzete.</p> <p>A diszkrimináns vizsgálata, diszkusszió</p>	(Teljes négyzetté kiegészítés.)	
<p>A koordinátageometriai ismeretek alkalmazása egyszerű síkgeometriai feladatok megoldásában.</p>	<p>Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Geometriai problémák számítógépes megjelenítése.</p>	<p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram használata).</p> <p><i>Fizika:</i> égitestek pályája.</p>
<p>Összetett feladatok megoldása paraméter segítségével vagy a szerkesztés menetének követésével.</p> <p>Mértani helyek keresése.</p> <p>Apollóniosz-kör.</p> <p>Merőleges affinitással kapott mértani helyek.</p> <p>Ponthalmazok a koordinátasíkon.</p> <p>Egyenlőtlenséggel megadott egyszerű feltételek.</p>	<p>Algebrai és geometriai ismeretek mozgósítása</p> <p>kapcsolat halmazműveletek</p>	<p><i>Informatika:</i> több feltétel együttes vizsgálata Lineáris programozási feladat.</p>
<p><b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b></p>	<p>Valós szám szinusza, koszinusza, tangense. Bázisrendszer, helyvektor. Skaláris szorzat. Ponthalmaz egyenlete; kétismeretlenes egyenletnek megfelelő ponthalmaz.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret 17 óra
Előzetes tudás	<p>A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény,</p>	

	komplementer esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>Ismétlés, rendszerezés: eseményekkel végzett műveletek; példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre;</p> <p>elemi események. Események előállítása elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.</p>	<p>A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.</p>	<p><i>Informatika:</i> folyamatok, kapcsolatok leírása logikai áramkörökkel.</p>
<p>A valószínűség klasszikus modellje.</p> <p><i>Matematikatörténet:</i> Rényi: Levelek a valószínűségről.</p>	<p>A modell és a valóság kapcsolata.</p>	
<p>Egyszerű valószínűség-számítási problémák.</p>	<p>Ismeretek mozgósítása, tanult kombinatorikai módszerek alkalmazása.</p>	<p><i>Fizika:</i> az űrkutatás hatása mindennapjainkra, a találkozás valószínűsége.</p>
<p>Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevéses mintavétel esetén. Visszatevés nélküli mintavétel. A binomiális és hipergeometrikus eloszlás</p>	<p>Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényege.</p>	<p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (binomiális eloszlás).</p>
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Valószínűség matematikai fogalma. Klasszikus valószínűség-számítási modell.	

## Továbbhaladás feltételei

- Képes egyszerű kombinatorikai feladatok megoldására.
- Ismeri a gráf szemléletes fogalmát, képes egyszerű alkalmazásokra.
- Biztonsággal alkalmazza a hatványozás azonosságait egész kitevő esetén.
- Ismeri a logaritmus fogalmát, jól alkalmazza az azonosságokat egyszerűbb esetekben.
- Képes megoldani egyszerű exponenciális, logaritmusos és trigonometrikus egyenleteket.
- Tájékozott az alapfüggvények grafikonjait és legfontosabb tulajdonságait (értelmezési-tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték) illetően.
- Ismeri és alkalmazza a vektorműveleteket (összeadás, kivonás, skalárral való szorzás).
- Alkalmazza a szinusztételt és a koszinusztételt a háromszög hiányzó adatainak meghatározására.
- Képes vektorok koordinátaival számolni.
- Ki tudja számolni szakasz felezőpontjának koordinátáit.
- Fel tudja írni a kör középponti egyenletét.
- Ismeri és alkalmazza az egyenes (egy szabadon választott) egyenletét.
- Meg tudja határozni két egyenes metszéspontjának koordinátáit.
- Tudja vizsgálni kör és egyenes kölcsönös helyzetét.
- Képes valószínűségi feladatok megoldására.
- Ismeri és megfelelően alkalmazza a binomiális és a hipergeometriai elosztást.
- Ismeri a mértani és számtani sorozat és a mértani sor tulajdonságait.
- Ismeri a sorozatokkal kapcsolatos jellemző fogalmakat. Tud sorozat és függvény határértéket meghatározni.
- Ismeri a függvény folytonosság fogalmát.

### 3.2. A 12. évfolyam tanterve

Évi óraszám: **192 óra – heti 4+2 óra**

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 7 óra
<b>Előzetes tudás</b>	Az „és”, „vagy”, „nem”, „ha ..., akkor”, „akkor és csak akkor” szemléletes jelentése.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A logikai műveletek megfelelő használata a hétköznapi életben és a matematikában.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Kijelentés fogalma, műveletek kijelentésekkel: konjunkció, diszjunkció, negáció, implikáció, ekvivalencia. Logikai műveletek igazságtáblázatait, egyszerű azonosságok.	Az ismeretek rendszerezése: a matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása (halmazok – kijelentések Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztásának jelentősége a matematikában.– események).	<i>Fizika:</i> logikai áramkörök, kapcsolási rajzok

Univerzális és egzisztenciális kvantor.	A kvantorok pontos fogalmának kialakítása, szerepének felismerése pl. analízis témakörben.	
A logikai műveletek változatos alkalmazásai feladatokban.		
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Logikai művelet. Igazságtáblázat.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>2. Számтан, algebra</b>	<b>Órakeret 0 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Hatványozás azonosságai. Logaritmus. Egyenlet, egyenletrendszer megoldási módszerek (elsőfokú, másodfokú, exponenciális és logaritmikus)	
<b>A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai</b>	Lásd a sorozatoknál és a rendszerező összefoglalásnál	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>		

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>3. Függvények, sorozatok, az analízis elemei</b>	<b>Órakeret 70 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Függvénytani alapfogalmak.	
<b>A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai</b>	Sorozat vizsgálata; rekurzió, képletek értelmezése. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Ismerethordozók használata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>A számsorozat fogalma. A függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza.</p> <p><i>Matematikatörténet: Fibonacci.</i></p>	<p>Sorozat megadása rekurzióval és képlettel.</p>	<p><i>Informatika:</i>          problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel:          algoritmusok megfogalmazása, tervezése.</p>
<p>Számtani sorozat, az n. tag, az első n tag összege.</p> <p><i>Matematikatörténet: Gauss.</i></p>	<p>A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.</p>	
<p>Mértani sorozat, az n. tag, az első n tag összege.</p>	<p>A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.</p>	<p><i>Fizika; kémia, biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i>          exponenciális folyamatok vizsgálata.</p>
<p>Kamatoskamat-számítás.</p>	<p>Modellek alkotása: befektetés és hitel; különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai.</p> <p>Az egyéni döntés felelőssége: az eladósodás veszélye.</p> <p>Korábbi ismeretek mozgósítása (pl. százalékszámítás).</p> <p>A szövegbe többszörösen mélyen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk és kategóriák azonosítása.</p>	<p><i>Földrajz:</i> a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.</p> <p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés.</p>
<p>A valós számok halmazán értelmezett függvények jellemzése.</p>	<p>Korábbi ismeretek rendszerező ismétlése.</p>	<p><i>Informatika:</i> számítógépes szoftver alkalmazása függvények grafikonjának megrajzolására.</p>
<p>Függvény határértéke. A függvények határértékének</p>		<p><i>Informatika:</i> a határérték számítógépes becslése.</p>

<p>szemléletes fogalma, pontos definíciói. Jelölések.</p> <p>Függvények véges helyen vett véges; véges helyen vett végtelen; végtelenben vett véges; végtelenben vett végtelen határértéke.</p> <p>A sorozatok és a függvények határértékének kapcsolata.</p> <p>A <math>\frac{\sin x}{x}</math> függvény vizsgálata, az <math>x = 0</math> helyen vett határértéke.</p>		<p><i>Fizika:</i> felhasználás <math>\sin x</math>, illetve <math>\operatorname{tg} x</math> közelítésére kis szög esetében</p>
<p>A függvények folytonossága. Példák folytonos és nem folytonos függvényekre. A folytonosság definíciói. Intervallumon folytonos függvények. Korlátos és zárt intervallumon folytonos függvények tulajdonságai. (Bizonyítások nélkül, de ellenpéldákkal azokra az esetekre, ha az intervallum nem korlátos, nem zárt, illetve ha a függvény nem folytonos.)</p>	<p>A különbséghányados függvény és határértékének szemléletes bemutatása az érintő vagy a gyorsuló mozgást végző test pillanatnyi sebességének meghatározása segítségével.</p>	<p><i>Fizika:</i> példák folytonos és diszkrét mennyiségekre.</p>
<p>Bevezető feladatok a differenciálhányados fogalmának előkészítésére. A függvénygörbe érintőjének iránytangense. A pillanatnyi sebesség meghatározása.</p>		<p><i>Fizika:</i> az út-idő függvény és a pillanatnyi sebesség kapcsolata. A fluxus és az indukált feszültség kapcsolata.</p> <p><i>Biológia-egészségtan:</i> populáció növekedésének átlagos sebessége.</p>
<p>A differenciálhatóság fogalma. A különbségi hányados függvény, a differenciálhányados (derivált), a deriváltfüggvény. Kapcsolat a differenciálható és</p>	<p>.</p>	<p><i>Fizika:</i> harmonikus rezgőmozgás kitérése, sebessége, gyorsulása – ezek kapcsolata.</p>



<p>a folytonos függvények között Példák nem differenciálható függvényekre is.</p> <p>Alapfüggvények deriváltja:          Konstans függvény, <math>x^n</math>,          trigonometrikus függvények deriváltja.</p> <p>Műveletek differenciálható függvényekkel.</p> <p>Függvény konstansszorosának deriváltja, összeg-, szorzat-, hányados-, összetett függvény deriváltja.</p> <p>Inverz függvény deriváltja.</p> <p>Exponenciális és logaritmusfüggvény deriváltja.          (Bizonyítás nélkül.)</p> <p>Magasabbrendű deriváltak.  <i>Matematikatörténet:</i> Fermat, Leibniz, Newton, Cauchy, Weierstrass.</p>	<p>Összeg-, szorzat-, hányados- és összetett függvények deriváltja</p> <p>A felsorolt függvények deriválásának biztos tudása</p>	
<p>A függvény tulajdonságai és a derivált kapcsolata.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Lokális növekedés, fogyás – intervallumon monoton függvény.</li> <li>– Szélsőérték – lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték.</li> </ul> <p>A szükséges és az elégséges feltételek pontos megfogalmazása, alkalmazása.</p> <p>Közéértéktételek.</p> <p>Rolle- és Lagrange-tétel.          (Szemléletes kép.)</p>	<p>Érintő egyenletének felírása, függvénydiskusszió (függvények monotonitása, szélsőértéke, konvexitása).</p> <p>Gyakorlati szélsőérték-problémák megoldása.</p>	<p><i>Fizika:</i> fizikai tartalmú függvények (pl. út-idő, sebesség-idő) deriváltjainak jelentése.</p>
<p>Konvexitás vizsgálata deriválással.</p> <p>A konvexitás definíciója.</p> <p>Inflexiós pont.</p>		

A második derivált és a konvexitás kapcsolata.		
Függvényvizsgálat differenciálszámítással. Összevetés az elemi módszerekkel.		
Gyakorlati jellegű szélsőérték-feladatok megoldása..	. A differenciálszámítás és az elemi módszerek összevetése	<i>Fizika:</i> Fermat-elv, Snellius-Descartes törvény. Fizikai jellegű szélsőérték-problémák
Bevezető feladatok az integrál fogalmához. Függvény grafikonja alatti terület. A megtett út és a sebesség-idő grafikon alatti terület. A munka kiszámítása az erő-út grafikon alatti terület alapján.		
Alsó és felső közelítő összegek. Az intervallum felosztása, a felosztás finomítása. Közelítés véges összegekkel. A határozott integrál fogalma, jelölése. Példa nem integrálható függvényre is. Negatív függvény határozott integrálja. A határozott integrál és a terület-előjeles terület. Az integrál közelítő kiszámítása. <i>Matematikatörténet:</i> Bernhard Riemann.	A szemléletes megközelítésre alapozva eljutás a pontos definícióig.	<i>Informatika:</i> számítógépes szoftver használata.
Az integrálhatóság szükséges és elegendő feltétele. Korlátos és monoton függvények integrálhatósága. A határozott integrál tulajdonságai.		<i>Fizika:</i> A munka és a mozgási energia. Elektromos feszültség két pont között, a potenciál. Tehetlenségi nyomaték. Alakzat tömegközéppontja. A hidrosztatikai nyomás és az edény oldalfalára ható erő. Effektív áramerősség.
Az integrál mint a felső határ	.	

<p>függvénye.  Integrálfüggvény.  Folytonos függvény  integrálfüggvényének  deriváltja.  Kapcsolat a differenciálszámítás  és az integrálszámítás között  A primitív függvény fogalma.  A primitív függvények halmaza  – a határozatlan integrál:  – hatványfüggvény,  polinomfüggvény,  – trigonometrikus függvények,  – exponenciális függvény,  logaritmusfüggvény.  A Newton-Leibniz-tétel.  Integrálási módszerek:  Integrálás helyettesítéssel.  <i>Matematikatörténet:</i> Newton,  Leibniz, Euler.</p>		
<p>Az integrálszámítás alkalmazása  matematikai és fizikai  problémákra.  Két függvénygörbe közötti  terület meghatározása.  Forgástest térfogatának  meghatározása.  Henger, kúp, csonkakúp, gömb,  gömbszelet térfogata.  Az integrálás közelítő  módszerei – numerikus  módszerek.</p>		<p><i>Fizika:</i> Potenciál,  munkavégzés_elektromos,  illetve gravitációs  erőtérben. Váltakozó áram  munkája, effektív áram és  feszültség. Newton  munkássága.</p>
<p>Néhány egyszerűbb improprius  integrál.  Néhány hatványsor. (Formális  meghatározás integrálással.)  Hatványsorok szerepe a  matematikában, fizikában,  informatikában.  Hogyan számolnak az egyszerű  számológépek 12 jegy  pontossággal?</p>		

<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	<p>Sorozat, számtani sorozat, mértani sorozat, kamatos kamat, rekurzív sorozat.</p> <p>Függvényfolytonosság, -határérték. Különbségi hányados függvény, derivált, deriváltfüggvény, magasabbrendű derivált. Monotonitás, lokális szélsőérték, abszolút szélsőérték. Konvex, konkáv függvény</p> <p>Alsó- és felső közelítő összeg, határozott integrál. Primitív függvény, határozatlan integrál. Newton-Leibniz-tétel.</p>
------------------------------------	---

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>4. Geometria</b>	<b>Órakeret 34 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.	
<b>A tematikai egység nevelési- fejlesztési céljai</b>	Terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
<p>Síkidomok kerületének és területének számítása.</p> <p>A területszámítás alapelvei. Néhány egyszerűbb alakzat területének levezetése az alapelvekből.</p> <p>Területszámítási módszerek alkalmazása a matematika más témaköreiben. (Pl. geometriai bizonyításokban.)</p>	<p>A területszámítás módszereinek áttekintése.</p> <p>Ismeretek alkalmazása.</p>	<i>Földrajz:</i> felszínszámítás.
<p>Mértani testek csoportosítása.</p> <p>Hengerszerű testek (hasábok és hengerek)</p> <p>Kúpszerű testek (gúla és kúpok)</p> <p>Csonka testek</p>	<p>A problémához illeszkedő vázlatos ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása.</p> <p>Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengersizű, kúpszerű testek, poliéderek).</p>	<p><i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgometriai szimulációs program).</p> <p><i>Kémia:</i> kristályok.</p>

(csonka gúla, csonka kúp). Gömb.		
Alakzatok felszíne, hálójaja. Csonkakúp felszíne. Gömb felszínének levezetése (Heurisztikus, nem precíz módszerrel.)		
A térfogatszámítás alapelvei. Néhány egyszerűbb test térfogatának levezetése az alapelvekből. A térfogatszámítás áttekintése. A térfogatszámítás néhány új eleme. Cavalieri-elv, a gúla térfogata. Csonkagúla térfogata.		
A tanult testek felszínének, térfogatának kiszámítása. Gyakorlati feladatok. <i>Matematikatörténet:</i> Arkhimédész, Cavalieri	A valós problémákhoz modell alkotása: geometriai modell. Ismeretek megfelelő csoportosítása.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> térfogat- és felszínszámítás.
Hasonló testek felszínének és térfogatának aránya. Középpontosan hasonló testek.	A hasonlósági transzformációk felelevenítése. Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy test felszíne és térfogata, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgometriai szimulációs program).
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Terület, felszín, térfogat.	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>5. Valószínűség, statisztika</b>	<b>Órakeret 15 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A valószínűség klasszikus modellje.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Statisztikai mérőszámok. Következtetések a statisztikai mutatók alapján. A valószínűség geometriai modellje.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
<p>Eseményalgebra. Kapcsolat a halmazok és a logika műveleteivel. <i>Matematikatörténet: George Boole.</i></p>		
<p>Véletlen jelenségek megfigyelése. Klasszikus valószínűségi modell. Események összegének, szorzatának, komplementerének valószínűsége. Kizáró események, független események valószínűsége. Feltételes valószínűség. Mintavételre vonatkozó valószínűségek megoldása klasszikus modell alapján. Nagy számok törvénye. (Szemléletes tárgyalás képletek nélkül.) <i>Matematikatörténet: Pólya György, Rényi Alfréd.</i></p>	<p>A modell és a valóság kapcsolata. Szerencsejátékok elemzése.</p>	<p><i>Informatika: véletlen jelenségek számítógépes szimulációja.</i></p>
<p>Egyszerű példák a valószínűség kiszámításának geometriai modelljére.</p>	<p>Modellalkotás; megfelelő valószínűségi modell hétköznapi problémákra, jelenségekre.</p>	
<p>Adathalmazok jellemzői: középértékek (átlag, medián, módusz), szóródási mutatók (terjedelem, átlagos abszolút eltérés, szórás). Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal, osztályba sorolás manipulációs lehetőségek</p>	<p>A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése. Közvélemény-kutatás, minőség-ellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.</p>	
<p>Statisztikai mintavétel, reprezentatív mintavétel.</p>	<p>Matematikai módszerek és eszközök megismerésének igénye.</p>	<p><i>Földrajz: statisztikai évkönyv.</i></p>

		<i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: választások.</i>
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Reprezentatív mintavétel. Szórás. kizáró esemény, független esemény, feltételes valószínűség	

<b>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</b>	<b>Rendszerező összefoglalás</b>	<b>Órakeret 64 óra</b>
<b>Előzetes tudás</b>	A középiskolai matematika anyaga.	
<b>A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai</b>	A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése.	

<b>Ismeretek</b>	<b>Fejlesztési követelmények</b>	<b>Kapcsolódási pontok</b>
<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i>		
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).	
Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.	<i>Filozófia:</i> logika - a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, a logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez. <i>Informatika:</i> Navigációs eszközök használata: hierarchizált és legördülő menük használata.
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközjellegű használata.	

Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.	
Bizonyítási módszerek.	Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Néhány tipikusan hibás következtetés bemutatása, elemzése.	<i>Filozófia:</i> szillogizmusok.
Kombinatorika: leszámlálási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.	Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.	
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok. (valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel.)	Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései:	
<b>Számтан, algebra</b>		
Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek.
Számelméleti ismeretek, számrendszerek.	Feladatmegoldó rutin továbbfejlesztése.	
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.	Az azonosságok szerepének ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> képletek használata
Egyenletek és egyenlőtlenségek.	Megoldások az alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz megfelelő kezelésével. Feladatmegoldó rutin továbbfejlesztése	
Egyenletek és egyenlőtlenségek	Adott egyenlethez illő megoldási	



megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	módszer önálló kiválasztása. Az önellenőrzésre való képesség. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.	
Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Egyszerű exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek.	Tanult egyenlettípusok és egyenlőtlenségtípusok önálló megoldása.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i>
Kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása (első- és másodfok, abszolút értékes, exponenciális, logaritmikus).	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.	matematikai modellek.
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés.	
<b>Függvények, sorozatok, az analízis elemei</b>		
A függvény megadása. A függvények tulajdonságai. (Értelmezési tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak)	Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Alkalmazása konkrét feladatokban.	
A tanult alapfüggvények ismerete. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).	
Függvénytranszformációk: $f(x)+c$ , $f(x+c)$ ; $cf(x)$ ; $f(cx)$ . $a \cdot f(bx+c)+d$ ; Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.	<i>Fizika, kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i>
Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.	Emlékezés, ismeretek mozgósítása.	matematikai modellek.
Függvények segítségével megoldható gyakorlati, szöveges feladatok	Függvények használata valós folyamatok elemzésében. Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.	

Számtani sorozat, mértani sorozat, kamatos kamatszámítás.	Felismerés, alkalmazás.	
<i>Geometria</i>		
Geometriai alapfogalmak, ponthalmazok.		
Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.	
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.	Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál	
Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.	
Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása. Fogalmak és tételek pontos ismerete.	
Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés.	
Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Számítási feladatok.	Felismerés, alkalmazás Fogalmak és tételek pontos ismerete.	
Szögfüggvények alkalmazása háromszögekben. Forgásszögek.		
Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer.		
Vektorok alkalmazásai.		

Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Parabola egyenlete. Két alakzat közös pontja.	Geometria és algebra összekapcsolása.	
Kerületszámítás, területszámítás.		
A tanult térbeli alakzatok áttekintése. Felszín- és térfogatszámítás.	A tanult ismeretek rendszerezése.	
<b>Valószínűség-számítás, statisztika</b>		
Diagramok. Statisztikai mutatók: középértékek és szóródási mutatók	Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentőségének megértése.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a tartalom értékelése hihetőség szempontjából; a szöveg hitelességével kapcsolatos tartalmi elemek magyarázata; a kétértelmű, többjelentésű tartalmi elemek feloldása; egy következtetés alapját jelentő tartalmi elem felismerése; az olvasó előismereteire alapozó figyelemfelhívó jellegű címadás felismerése.
Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei.	A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat; biológia-egészségtan:</i> szenvedélybetegségek és rizikófaktor.
<b>Kulcsfogalmak/ fogalmak</b>	Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Térelem, mennyiségi jellemző (távolság,	

szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.
---

### **Továbbhaladás feltételei**

- |  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"><li>– Ismeri és alkalmazza a tanult halmazműveleteket.</li></ul> |
|--|
- Képes adott véges halmazok esetén kiszámítani a számosságokat.
  - Tud egyszerű (matematikai) szövegeket értelmezni.
  - Megfelelően alkalmazza az ítélet fogalmát.
  - Egyszerű feladatokban alkalmazza a negáció, konjunkció, diszjunkció műveletét, és ezt össze tudja kapcsolni a halmazműveletekkel.
  - Különbséget tud tenni definíció és tétel között.
  - Használja és alkalmazza feladatokban a szükséges, az elégséges és a szükséges és elégséges feltételt.
  - Tud kombinatorikai feladatokat megoldani.
  - Tud konkrét szituációkat szemléltetni gráfok segítségével.
  - Tud primitív felbontás és a tanult oszthatósági szabályok alkalmazásával egyszerű feladatokat megoldani.
  - Ismeri a való számkör felépítését.
  - Ismeri és használja a hatványozás azonosságait.
  - Ismeri és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát és azonosságait.
  - Tud algebrai kifejezésekkel műveleteket végezni.
  - Felismeri az egyenes és fordított arányosságot, jól alkalmazza a százalékszámítást.
  - Algebrai és grafikus módon is tud első- és másodfokú egyenleteket, egyenlőtlenségeket, valamint elsőfokú egyenletrendszereket megoldani.
  - Képes nagyon egyszerű abszolút értékes, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenleteket megoldani.
  - Tud értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni és adatokat leolvasni a grafikonról.
  - Képes jellemezni grafikonnal megadott függvényeket.
  - Ki tudja számítani számtani, illetve mértani sorozat tagjait és részletösszegeit.
  - Ismeri a sorozatok alapvető jellemzőit, képes konvergens sorozatok határértékét meghatározni.
  - Helyesen alkalmazza feladatokban a térelemek távolságára és szögére vonatkozó definíciókat.
  - Felismeri és használja feladatokban a különböző alakzatok szimmetriáit.
  - Ismeri a háromszög oldalai és szögei közötti összefüggéseit, a háromszög nevezetes vonalait és pontjait.
  - Képes alkalmazni a Thalész- és a Pitagorasz-tételt.
  - Ismeri a négyszögek fajtáit és tulajdonságait.
  - Helyesen alkalmazza a tanult kerület-, terület-, felszín- és térfogat-számítási képleteket, módszereket feladatokban.
  - Képes háromszögek hiányzó adatainak kiszámítására szögfüggvények, illetve szinusz- és koszinusztétel segítségével.
  - Érti a vektor koordinátáinak fogalmát.
  - Jól tudja különböző adatokból az egyenes és a kör egyenletét felírni.
  - Képes egyenesek metszéspontját kiszámolni.
  - Képes statisztikai adatokat rendezni, grafikonon ábrázolni, adott diagramról információt kiolvasni.
  - Meg tudja határozni konkrét adatsokaság móduszát, mediánját, aritmetikai átlagát.
  - Képes adathalmazokat összehasonlítani statisztikai mutatók segítségével.
  - Feladatokban jól alkalmazza a klasszikus és a geometriai valószínűség-számítási modellt.

### **3.3. A fejlesztés várt eredményei a 12. évfolyam végére**

#### *Gondolkodási és megismerési módszerek*

- Halmazok számosságával kapcsolatos ismeretek áttekintése.
- A kombinatorikai problémák rendszerezése.
- Bizonyítási módszerek áttekintése.
- A gráfok eszköz jellegű használata probléma megoldásában.

#### *Számelmélet, algebra*

- A kiterjesztett gyök-, és hatványfogalom ismerete.
- A logaritmus fogalmának ismerete.
- A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben, probléma megoldása céljából.
- Exponenciális és logaritmosos egyenletek megoldása, ellenőrzése.
- Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása.
- Egyenletek ekvivalenciájának áttekintése.
- A számológép biztos használata.

#### *Függvények, az analízis elemei*

- Exponenciális-, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése.
- Függvénytranszformációk.
- Exponenciális folyamatok matematikai modellje.
- A számtani és a mértani sorozat. Rekurzív sorozatok.
- Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése.
- Sorozatok vizsgálata monotonitás, korlátosság, határérték szempontjából. Véges és végtelen sorok összegzése.
- A függvények vizsgálata, jellemzése elemi eszközökkel és differenciálszámítás használatával.
- Az integrálszámítás használata, gyakorlati alkalmazása.

#### *Geometria*

- Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták.
- Két vektor skaláris szorzata, vektoriális szorzata.
- Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör, egyenes, parabola egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.
- Térbeli viszonyok, testek felismerése, geometriai modell készítése.
- Távolság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.

#### *Valószínűség, statisztika*

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módja.
- Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.

### **3. A középszintű érettségi témakörei**

Az aktuális érettségi vizsgaszabályzat szerinti témakörök és tananyag elemek

Elérhető a tantárgy érettségi követelményeinek kijelölésénél a minisztérium honlapján

#### 4. Az osztályozó vizsga követelményei

7-12. évfolyam: *félévi:* Az aktuális tankönyv fele oldalszámáig bezárt tananyagelemek a pedagógiai programnak megfelelően.

*évvégi:* A pedagógiai programnak megfelelően kijelölt éves tananyag.

Emelt csoport: emelt szintű követelményekhez és számonkérési módokhoz igazodva

11. félévi: Az aktuális tankönyv fele oldalszámáig bezárt tananyagelemek a pedagógiai programnak megfelelően+sorozat határértéke tananyagrészt

*évvégi:* A pedagógiai programnak megfelelően kijelölt éves tananyag.(sorozat+ függvény határértéke is)

12.félévi: Az aktuális tankönyv fele oldalszámáig bezárt tananyagelemek a pedagógiai programnak megfelelően+differenciálszámítás tananyagrészt

*évvégi:* A pedagógiai programnak megfelelően kijelölt éves tananyag.( differenciál és integrálszámítás is)